

ANALYSE DE LA STABILITE TRANSITOIRE D'UN RESEAU MULTIMACHINES PAR LA THEORIE DES CATASTROPHES

Lahouaria Benasla¹, Abderrahim Belmadani², Mostefa Rahli¹

¹Université des Sciences et de la Technologie d'Oran-Algérie, Département d'Electrotechnique

²Université des Sciences et de la Technologie d'Oran-Algérie, Département d'Informatique

RESUME: L'étude de la stabilité transitoire est une tâche fondamentale car l'évaluation rapide de celle-ci est une exigence importante pour l'évaluation du comportement dynamique des réseaux électriques.

Ce comportement est décrit par des équations différentielles dont la résolution nécessite la résolution du problème de l'écoulement de puissance pour la détermination des conditions initiales. Différentes méthodes, comme la méthode de Gauss-Seidel, de Newton-Raphson et de Newton-Raphson découplée rapide sont utilisées pour résoudre le problème de l'écoulement de puissance.

Des informations dans le domaine des études de la stabilité peuvent être aussi connues en appliquant la théorie des catastrophes. Cette dernière détermine la zone de stabilité dans le plan de contrôle du système, montrant que si le point opérationnel se déplace en dehors de la limite de la stabilité qui est déterminée par la théorie des catastrophes, le système doit être instable et vice-versa.

L'estimation du temps d'élimination du défaut par la technique de catastrophe est purement mathématique et directe. Cette technique se base dans son calcul sur les résultats de l'écoulement de puissance avant, pendant et après élimination du défaut.

Dans cet article, nous avons appliqué la méthode de Gauss-Seidel pour résoudre le problème de l'écoulement de puissance, la méthode d'Euler modifiée pour résoudre les équations différentielles décrivant le comportement du réseau, avant, pendant et après la perturbation et la théorie de catastrophe, sur un réseau à deux machines. Se basant sur l'équation Swallowtail, nous avons pu évaluer la stabilité transitoire de chaque machine.

MOTS CLES: stabilité transitoire, temps critique, méthode de Gauss-Seidel, méthode d'Euler modifiée, théorie des catastrophes.

1. INTRODUCTION

Face à une consommation d'énergie électrique qui ne cesse d'augmenter, les réseaux électriques ont tendance à s'accroître et deviennent de plus en plus maillés et interconnectés. Cette complexité de structure a de très nombreuses conséquences. L'affaiblissement des capacités du réseau à retrouver

un état de marche synchrone suite à des perturbations, est l'une des plus importantes car il affecte directement la continuité du service.

Les perturbations sont généralement classées en deux catégories [MJS98]:

1. Les perturbations de faible amplitude se traduisant par des variations du point de fonctionnement autour de sa valeur nominale. On parle de stabilité statique appelée aussi stabilité locale.
2. Les perturbations de grande amplitude se traduisant par des variations significatives du point de fonctionnement et des changements rapides des paramètres structurels du modèle. On s'intéresse alors à la stabilité transitoire.

Dans cet article, nous avons exclu les perturbations de faible amplitude pour lesquelles une approche par linéarisation peut être développée et n'avons retenu que les perturbations de grande amplitude. Il est important d'évaluer le système de la stabilité transitoire.

Les méthodes conventionnelles basées sur la résolution numérique des systèmes d'équations différentielles algébriques ont été utilisées. Ces méthodes numériques demandent une représentation précise et détaillée sur le système électrique. Cependant, la solution numérique par ces méthodes peut être pratiquement appliquée en temps réel mais le temps de simulation exigé est trop long.

Récemment, plusieurs méthodes basées sur le concept des énergies potentielle et cinétique sont introduites par les spécialistes pour analyser la stabilité transitoire des systèmes électriques. Toutes ces méthodes exigent trop de calcul, ce qui rend difficile leur application en temps réel [ZLM07].

Cependant, des techniques rapides de calcul des indices de stabilité sont introduites. L'une de ces techniques est l'approche directe qui applique le critère des surfaces égales [Sha03]. Les résultats obtenus par ces méthodes sont restreints à un modèle spécifique et valables dans certains cas et donne des résultats limités en temps réel.

Parallèlement, autour des années 70, une méthode basée sur les nouvelles techniques appelée la théorie des catastrophes intéresse quelques scientifiques. Initialement appliquée au problème de l'évaluation de la stabilité statique, elle ne tarde pas à être perçue

comme un outil présentant de grandes potentialités pour une évaluation en temps réel de la stabilité transitoire.

Les équations de catastrophe sont en fonction d'une ou de plusieurs variables du système et sont aussi en fonction de quelques variables de contrôle. Mais, elles ne sont pas écrites en fonction d'un grand nombre de variables d'état. Ceci peut faciliter l'analyse, spécialement, dans les systèmes compliqués. La facilité de calcul de ces variables de contrôle rend convenable l'utilisation de la théorie de catastrophe, dans l'évaluation de la stabilité transitoire des systèmes multimachines.

Dans cet article, nous étudions la théorie de catastrophe et son application dans l'évaluation de la stabilité transitoire d'un système multimachines. Cette étude est achevée par une simulation digitale qui applique cette théorie dont le but est l'évaluation des temps critique de chaque machine.

2. LA THEORIE DES CATASTROPHES

Dans le langage courant, le terme «catastrophe» désigne un désastre inattendu (par exemple: un tremblement de terre, une attaque cardiaque...). Le côté inattendu provient des variations continues des paramètres du système. Ce changement soudain constitue l'essence de la théorie mathématique des catastrophes.

La théorie des catastrophes, fondée par René Thom dans les années 1960 (Stewart, 1983), étudie et classe les phénomènes caractérisés par des changements soudains dans le comportement, résultant de petits changements de circonstances. Elle vise à décrire ces phénomènes discontinus à l'aide de modèles mathématiques continus [Che10].

Les catastrophes sont des bifurcations entre les différents états d'équilibres d'un système dynamique. Elles peuvent être classées selon le nombre de paramètres de contrôle variant simultanément. Par exemple, si l'on a deux paramètres de contrôle, on retrouve le type de catastrophe le plus commun, appelé «catastrophe fronce» ou «Cusp catastrophe». Dans l'espace des états, il existe des points correspondant à des valeurs catastrophiques des paramètres. Ces points forment des frontières dont le franchissement correspond au passage d'un point fixe stable à un autre point fixe stable.

La codimension d'une catastrophe désigne le nombre de paramètres de contrôle nécessaires pour rendre les singularités (variations soudaines) stables. Lorsque la codimension est inférieure ou égale à 5, les catastrophes élémentaires sont en nombre fini.

Le théorème fondamental de la théorie des catastrophes stipule l'existence des sept catastrophes élémentaires. Le tableau 1 résume les définitions des sept types de catastrophes [Ike77, Par90]:

Tableau 1. Les sept types de catastrophes élémentaires

Ensemble de catastrophe	Variables contrôle	Variables d'état	Fonction	Dérivée
PLI (FOLD)	1	1	$\frac{1}{3}x^3 + ax$	$x^2 + a$
FRONCE (CUSP)	2	1	$\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}bx^2 + ax$	$x^3 + bx + a$
QUEUE D'ARONDE (SWALLOWTAIL)	3	1	$\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + cx$	$x^4 + ax^2 + bx + c$
PAPILLON (BUTTERFLY)	4	1	$\frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{4}ax^4 + \frac{1}{3}bx^3 + \frac{1}{2}cx^2 + dx$	$x^5 + ax^3 + bx^2 + cx + d$
HYPERBOLIQUE	3	2	$x^3 + y^3 + axy + bx + cy$	$3x^2 + ay + b$ $3y^2 + ax + c$
ELLIPTIQUE	3	2	$x^3 + xy^2 + ax + by + cx^2 + cy^2$	$3x^2 - y^2 + a + 2c - 2xy + 2cy + b$
PARABOLIQUE	4	2	$x^2y + y^4 + ax^2 + by^2 + cx + dy$	$2xy + 2ax + c$ $x^2 + 4y^3 + 2by + d$

Pour la théorie de la Catastrophe de type queue d'aronde (Swallowtail), le développement de la fonction standard est [Adl93]:

$$F(a, b, c, x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}bx^2 + c \quad (1)$$

L'hypersurface M de la catastrophe est la surface constituée de tous les points critiques. Elle est donnée par :

$$\frac{d}{dx} F(a, b, c, x) = x^4 + ax^2 + bx + c \quad (2)$$

Pour un point fixe (a, b, c), les points opérationnels de l'équation (1) sont donnés par :

Première dégénérescence:

$$\frac{d}{dx} F(a, b, c, x) = x^4 + ax^2 + bx + c \quad (3)$$

Deuxième dégénérescence:

$$4x^3 + 2ax + b = 0 \tag{4}$$

Troisième dégénérescence:

$$12x^2 + 2a = 0 \tag{5}$$

Quatrième dégénérescence:

$$24x = 0 \tag{6}$$

De l'équation (3) à (6), la fonction $F(x, 0, 0, 0)$ a quatre points critiques dégénérés à $x = 0$. La courbe des points de l'espace de paramètres de contrôle qui décrit les fonctions avec des points critiques trois fois dégénérés a la représentation paramétrique suivante:

$$a = -6x^2, b = 8x^3 \text{ et } c = -3x^4$$

Les surfaces des points de l'espace de paramètres de contrôle qui décrit les fonctions avec deux points critiques dégénérés sont données par :

$$b = -4x^3 - 2ax \tag{7}$$

$$c = 3x^4 + ax^2 \tag{8}$$

L'aire caractérisant c en fonction de b suivant les trois plans (exemple: $a = 1, a = 0$ et $a = -1$) en variant x , est montrée par la figure 1 [Sa189].

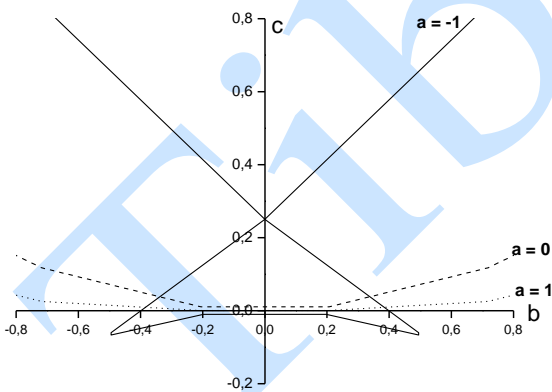


Fig. 1. Les Trois différents plans de la figure III.3

Ces trois différents plans sont regroupés ensemble pour donner la surface totale dans l'hyperespace.

3. APPLICATION DE LA THEORIE DES CATASTROPHES A UN SYSTEME MULTIMACHINES

Le modèle d'un système de puissance en régime transitoire en employant la théorie des catastrophes obéit aux hypothèses suivantes [AF94, Par90]:

1. La puissance de la turbine est supposée constante.
2. Lors de l'étude en régime transitoire, on s'intéresse à la première harmonique.
3. Le flux est supposé constant (suivant l'axe en quadrature).
4. La résistance d'une phase est négligeable par rapport à la réactance de la machine.

Dans un système de puissance multimachines, les générateurs et les charges sont connectés à un réseau de transmission. Chaque générateur est connecté à un certain nombre de jeux de barres j à travers le jeu de barre initial i représenté par la figure 2.

La puissance électromagnétique P_{ei} du générateur G_i , est donnée par [SE68]:

$$P_{ei} = R_e (\vec{I}_i \vec{E}_i^*) \tag{9}$$

\vec{I}_i est le courant du générateur injecté au jeu de barre i . Il est exprimé par l'équation (10) :

$$\vec{I}_i = \frac{\vec{E}_i - \vec{v}_i}{jx'_d} \tag{10}$$

$$\vec{v}_i = -\frac{1}{y_{ii}} \sum_{j=1}^N y_{ij} \vec{E}_j$$

(Tension au jeu de barre i)

N : nombre de jeux de barres.

y_{ij} : L'élément non diagonal de la matrice d'admittance.

E_i : La f.e.m interne de la machine.

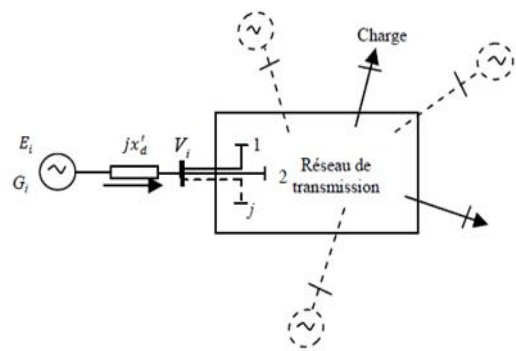


Fig. 2. Représentation du générateur G_i connecté à un système de puissance

En remplaçant l'équation (10) dans (9), on trouve :

$$P_{ei} = R_e \left(-j \left(\frac{\vec{E}_i - \vec{v}_i}{x'_{di}} \right) \vec{E}_i^* \right) \tag{11}$$

On pose :

$$\vec{v}_i = e_i + jf_i \quad (12)$$

$$\vec{E}_i = E_i \angle -\delta_i = E_i \cos \delta_i - jE_i \sin \delta_i \quad (13)$$

La substitution des équations (12) et (13) dans l'équation (11) donne:

$$P_{si} = A_{1i} \sin \delta_i - A_{2i} \cos \delta_i \quad (14)$$

Avec :

$$A_{1i} = \frac{E_i e_i}{x'_{di}} \quad \text{et} \quad A_{2i} = \frac{E_i f_i}{x'_{di}}$$

δ_i : Angle de la puissance électromagnétique de la machine pris par rapport l'axe de référence du système.

Les coefficients A_{1i} et A_{2i} de l'équation (14) changent suivant les trois états du comportement du réseau c'est à dire avant, durant et après l'avarie. Ils dépendent des tensions nodales et de la configuration du système. Les valeurs de ces tensions sont estimées en utilisant le calcul de l'écoulement de puissances pour les différents états. L'énergie cinétique transitoire produite durant la période du défaut est exprimée par

$$A_{acc} = \int_{\delta_e}^{\delta_c} [(P)_m - P_{ed}(\delta)] d\delta \quad (15)$$

P_{ed} : Puissance électrique P_s durant le défaut.

P_m : Puissance mécanique.

δ_0 : Angle initial de la puissance électromagnétique.

δ_c : Angle critique de la puissance électromagnétique.

En remplaçant la puissance électrique exprimée par (14) dans (15), on obtient:

$$A_{acci} = \int_{\delta_{ci}}^{\delta_{ci}} [(P)_{mi} - P_{edi}(\delta_i)] d\delta_i = A_{1di} \cos \delta_{ci} + A_{2di} \sin \delta_{ci} + P_{m1} \delta_c + k_{11} \quad (16)$$

Avec :

$$K_{1i} = -A_{1di} \cos \delta_{0i} - A_{2di} \sin \delta_{0i} - P_{m1} \delta_{0i} .$$

A_{di} : Les coefficients A_i durant le défaut.

L'énergie potentielle après défaut est exprimée par :

$$A_{desc} = - \int_{\delta_c}^{\delta_{max}} [(P)_m - P_{sap}(\delta)] d\delta \quad (17)$$

P_{sap} : Puissance P_s après élimination du défaut.

En remplaçant la puissance électrique exprimée par (14) dans (17), on obtient:

$$A_{desci} = - \int_{\delta_{ci}}^{\delta_{maxi}} [(P)_{mi} - P_{sapi}(\delta_i)] d\delta_i = A_{1api} \cos \delta_{ci} + A_{2api} \sin \delta_{ci} + P_{m1} \delta_c + k_{21} \quad (18)$$

Avec:

$$K_{2i} = -A_{1api} \cos \delta_{maxi} - A_{2api} \sin \delta_{maxi} - P_{m1} \delta_{maxi}$$

A_{api} : Les coefficients A_i après élimination du défaut.

La machine est stable si l'énergie cinétique générée durant le défaut est au moins égale à l'énergie potentielle durant la période après défaut [WM86] :

$$A_{desc} - A_{acc} = 0 \quad (19)$$

La substitution des équations (16) et (18) dans l'équation (19) donne:

$$[(A)_{1di} - A_{1eapi}] \cos \delta_c + [(A)_{2di} - A_{2eapi}] \sin \delta_c + k_{11} - k_{21} = 0 \quad (20)$$

En remplaçant $\sin \delta_c$ et $\cos \delta_c$ par leurs développements limités et en posant $\delta_c = x$, l'équation (20) prend la forme suivante:

$$\begin{aligned} & (A_{1di} - A_{1api}) \left[1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \right] + \\ & (A_{2di} - A_{2api}) \left[x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \right] + k_{11} - k_{21} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

En prenant le terme d'ordre 4, l'équation (21) aura la forme donnée par :

$$A_{4i} x^4 + A_{3i} x^3 + A_{2i} x^2 + A_{1i} x + A_{0i} \quad (22)$$

Avec :

$$A_{0i} = A_{1di} + A_{1api} + k_{11} - k_{21} ,$$

$$A_{1i} = A_{2api} - A_{2di}$$

$$A_{2i} = \frac{-(A_{1api} + A_{1di})}{2}$$

$$A_{3i} = \frac{A_{2di} - A_{2api}}{6}$$

$$A_{4i} = \frac{[(A)_{1di} + A_{1api}]}{6}$$

L'équation (22) peut être mise sous la forme de fonction de la catastrophe de type queue d'aronde "Swallowtail" à condition d'éliminer le terme x^3 . Cette élimination est possible si on fait le changement de variable suivant:

$$x = y - \alpha \quad (23)$$

$$\text{Avec} \quad \alpha = \frac{1 A_3}{4 A_4}$$

La substitution de l'équation (23) dans l'équation (22) donne:

$$y^4 + ay^2 + by + c = 0 \tag{24}$$

Avec :
$$a = \frac{6A_{4i} \cdot \alpha^2 - 3A_{3i} \alpha + A_{2i}}{A_{4i}}$$

$$b = \frac{3A_{3i} \cdot \alpha^2 - 2A_{2i} \alpha + A_{1i}}{A_{4i}} - 4 \alpha^3 = 8 \alpha^3$$

$$c = \alpha^4 + \frac{A_{0i} \cdot -A_{1i} \alpha + A_{2i} \alpha^2 - A_{3i} \cdot \alpha^3}{A_{4i}}$$

La singularité peut être définie par l'équation suivante:

$$4y^3 + 2ay + b = 0 \tag{25}$$

Donc, les équations (24) et (25) sont employées pour déterminer l'image de l'hypersurface des catastrophes (Bifurcation) qui représente la zone de stabilité de tous les points critiques de la fonction en termes de variables de contrôle.

On constate tout calcul fait que $a = cste = -12$ donc on réduit le système à trois dimensions à un système à deux dimensions. En maintenant $a = cste = -12$, on peut déduire la surface des points dans l'espace de contrôle qui décrivent les fonctions avec un double point critique dégénéré caractérisé par les équations (7) et (8) [AdI93]. En fixant la valeur de a dans les expressions (7) et (8) et en faisant varier x suivant des valeurs positives, nulles et négatives, on obtient la surface illustrée par la figure 3:

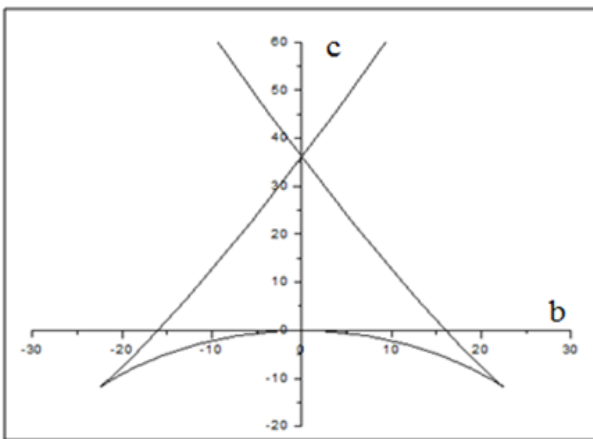


Fig. 3. Variation de c en fonction de b pour $a = -12$

Etant donné que le paramètre de contrôle « a », a approximativement la valeur constante négative (-12), en conséquence l'ensemble de bifurcation dans

l'espace de contrôle est obtenu dans un espace à deux dimensions comme montré par la figure 4.

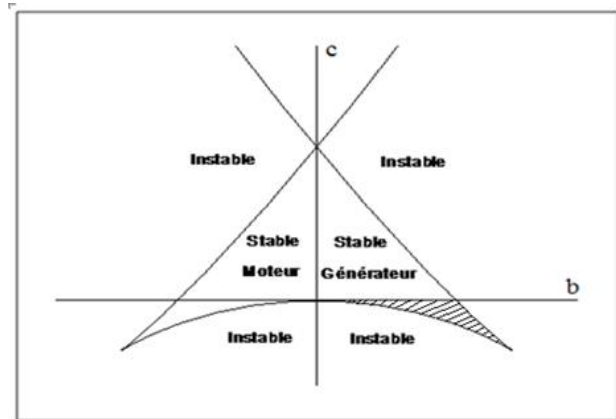


Fig. 4. Ensemble de bifurcation

De là on peut déduire deux cas:

1. $a > 0$ directement, on a un système instable c'est à dire on se trouve hors de la zone de la stabilité.
2. $a < 0$ l'étude de la stabilité est possible suivant deux hypothèses:
 1. $b > 0$ et $c > 0$ le système est stable (surface non hachurée).
 2. $b > 0$ et $c < 0$, le système est instable (surface hachurée)

La deuxième hypothèse explique que le système peut devenir instable, ceci est du à un temps d'ouverture trop long et une forte puissance électromagnétique, d'où la nécessité de choisir la racine la plus petite du polynôme qui représenté la fonction catastrophe et que $y > \alpha$. Delà, on peut avoir un temps critique t_c assez petit c'est à dire un temps d'ouverture assez court exprimé par la relation suivante [BK13, Sa189]:

$$t_c = \sqrt{\frac{2(y - \alpha) - \delta_0}{\gamma}} \tag{26}$$

L'accélération de la machine à l'instant d'occurrence de défaut γ est exprimée par :

$$\gamma = \frac{P_m - P_e(t_0+)}{M} \tag{27}$$

$$M = \frac{2H}{\omega_s} \text{ en p.u}$$

avec :

ω_s représente la vitesse synchrone, M est la constante de temps mécanique, H est la constante d'inertie et P_m est la puissance mécanique.

Accélération de la machine

4. APPLICATION

4.1 Description du réseau

Le réseau test, montré dans la figure 5, comporte deux alternateurs connectés aux jeux de barre 1 et 2 contribuant à l'alimentation de quatre charges C_1 , C_2 , C_3 et C_4 reliées respectivement aux nœuds 2, 3, 4 et 5.

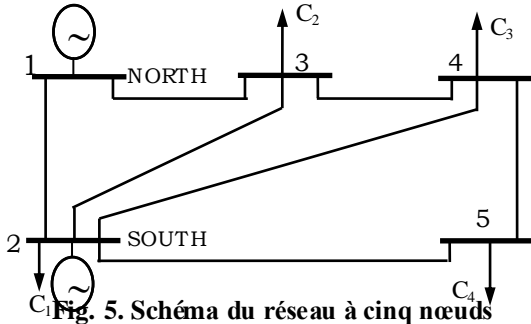


Fig. 5. Schéma du réseau à cinq nœuds

Les caractéristiques du réseau (valeurs des impédances, des admittances shunts et des tensions nodales estimées) et les valeurs planifiées des puissances générées et consommées sont prises de la référence [SE68].

4.2 Calcul de l'écoulement de puissance

Le calcul de l'écoulement de puissance [SE68] est une étape nécessaire pour l'étude de la stabilité transitoire. Il est effectué en premier lieu pour la détermination des conditions initiales du système. En effet, il permet de trouver les tensions aux différents nœuds et par suite les puissances transmises, injectées et pertes de transmission. Pour le calcul de l'écoulement de puissance la méthode de Gauss-Seidel « G-S » était appliquée [SE68].

Les résultats du l'écoulement de puissance par la méthode de Gauss-Seidel sont donnés par le tableau 2. Ces résultats représentent les valeurs des tensions nodales de la dernière itération (tensions réelle, tension imaginaire, module et la phase de la tension), les valeurs des puissances injectées, le nombre itérations, les pertes de transmission et temps de simulation (s). La méthode converge en 9 itérations avec un pas de 10^{-5} .

Tableau 2. Résultats de l'écoulement de puissance obtenus par la méthode de Gauss-Seidel

Nœud	Tension nodale		Puissance injectée (p.u)	
	Module (p.u)	Argument	Active	Réactive
NORTH	1.06	0	1.2986	0.55089
SOUTH	1.0172	-2.3226	0.2	-0.39817
LAKE	1.0011	-4.7495	-0.45	-0.15
MAIN	0.99854	-5.0824	-0.4	-0.05
ELM	0.98873	-5.872	-0.6	-0.1
Pertes de transmissions (p.u)			0.04862	-0.14728
Nombre d'itérations			9	
Temps de simulation (s)			0	

4.3 Stabilité transitoire

Les valeurs relatives des paramètres des machines sont exprimées en p.u par rapport à une base de 100 MW. Ces valeurs sont représentées par le tableau 3.

Tableau 3. Paramètres des machines électriques

Générateur	Constante d'inertie H	Réactance transitoire x'_d
NORTH	50.0	0.25
SOUTH	1.0	1.50

Les deux machines sont représentées électriquement par des tensions internes constantes en module, en série avec les réactances transitoires. Pour cette formulation, la régulation de la tension est ignorée et le système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique de la machine est donné par [SE68]:

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s. \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M} [P_m - P_e - D(\omega - \omega_s)] \end{cases} \quad (28)$$

ω représente la vitesse angulaire de la machine. P_e est la puissance électrique. En général le coefficient d'amortissement D est négligeable.

4.3.1 Détermination des valeurs initiales

Pour résoudre le système d'équations différentielles décrivant la dynamique du réseau multimachines, il est nécessaire de déterminer les conditions initiales du système à partir du calcul de l'écoulement de puissances. Pour le réseau étudié, les valeurs initiales sont calculées en utilisant les formules

$$\vec{E}_i = E_i \angle \delta_i = \vec{V}_i + jx'_d \vec{I}_i \quad (29)$$

$$\vec{I}_i = \begin{pmatrix} \vec{S}_i \\ \vec{V}_i \end{pmatrix}^* = \begin{pmatrix} \vec{P}_i + j\vec{Q}_i \\ \vec{V}_i \end{pmatrix}^* \quad (30)$$

En appliquant ces deux dernières équations, on trouve: $E_1 = 1.08621$ p.u et $\delta_{01} = 16.34^\circ$.

$E_2 = 1.58479$ p.u et $\delta_{02} = 18.38^\circ$.

En régime de fonctionnement synchrone, la puissance mécanique est égale à la puissance électrique (en négligeant les différentes pertes), donc les valeurs des puissances mécaniques des machines sont: $P_{m1} = 1.29$ p.u et $P_{m2} = 0.40$ p.u

Nous supposons que ces puissances restent constantes durant toute l'étude.

Le défaut considéré est le court-circuit triphasé car il est un des défauts les plus contraignants pour le

système. Il nous a paru intéressant d'évaluer le comportement de notre réseau pour ce type de défaut. Le défaut triphasé considéré apparaît au nœud 2 (SOUTH). Il est éliminé après 0.1 secondes sans perte de la ligne en défaut. La durée de simulation est de 0.9 secondes avec un pas de calcul de 0.02 seconde.

Le programme de simulation de la stabilité transitoire, nous permet de suivre le fonctionnement dynamique du réseau et donc d'analyser l'évolution de son état électrique lors du régime de fonctionnement normal, perturbé et retour à la normale éventuellement. Cette évolution est obtenue en résolvant, à chaque pas, les systèmes d'équations différentielles du premier ordre définissant le réseau multimachines. La méthode d'Euler modifiée [SE68] est utilisée pour la résolution des équations différentielles.

Aux trois étapes consécutives caractérisant la modification de la structure du réseau correspondent les trois matrices admittances Y'_{km} avant défaut, Y'_{km} pendant défaut et Y'_{km} après défaut [AF94].

Remarque

Les matrices avant et après défaut sont identiques car il n'y a pas de variation de la topologie du réseau après élimination du défaut.

4.3.2 Résultats et analyse de la simulation

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats obtenus par intégration numérique, utilisant la méthode d'Euler modifiée pour 0.9 secondes de simulation avec un pas de calcul de 0.02 s. Nous avons simulé un court-circuit triphasé qui est parmi les défauts les plus sévères vu qu'il entraîne la rupture de la production de l'énergie électrique, et par suite induit un régime transitoire qui peut conduire au décrochage de la machine. La machine n°1, ayant la plus grande inertie, est considérée comme la référence.

Les variations des vitesses angulaires et des angles rotoriques des deux machines en fonction du temps sont représentées respectivement par les figures 6 et 7.

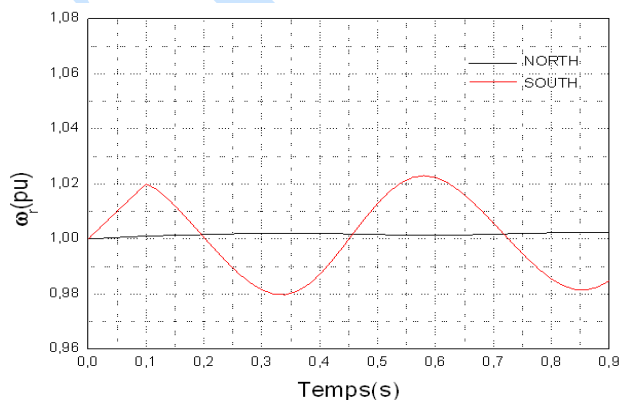


Fig. 6. Variations des vitesses angulaires en fonction du temps pour $T_d = 0.1$ s

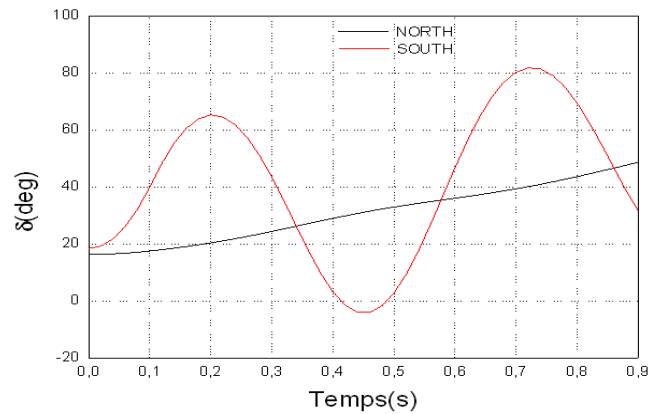


Fig. 7. Variations des angles rotoriques en fonction du temps pour $T_d = 0.1$ s

Nous constatons qu'au moment de l'apparition du défaut, les rotors des machines vont subir un choc qui se traduit par une accélération des machines. Cet emballement est illustré par une augmentation de la vitesse angulaire des rotors des machines. Comme cela était prévisible c'est la machine la plus proche du défaut (machine N°2) qui va subir la plus grande influence.

Pendant le temps du défaut, une accélération des masses tournantes se produit et par voie de conséquence une augmentation des angles rotoriques. En effet, les angles rotoriques évoluent ensemble et se rencontrent en plusieurs points. Ceci dénote un retour au synchronisme.

Afin de valider nos résultats de simulation, une comparaison avec les résultats obtenus dans la référence [SE68] est faite. A travers cette comparaison, nous constatons que nos résultats sont probants.

4.4 Détermination du temps critique

Nous avons défini le temps critique d'élimination du défaut comme étant le temps maximal pendant lequel le défaut restait appliqué sans que le réseau étudié perde sa stabilité. Le réseau sera dit instable quant au moins une des deux machines perd son synchronisme.

La détermination du temps critique reposait sur une méthodologie simple. Partant d'un temps d'application du défaut T_d égal à 0.1 s, choisi arbitrairement, nous l'avons augmenté graduellement jusqu'à ce que l'une des deux machines perde le synchronisme.

Suivant notre méthodologie, nous avons effectué plusieurs simulations en augmentant à chaque fois le temps d'application du défaut jusqu'à la détermination du temps critique t_c au-delà duquel le réseau perdait sa stabilité. Nous avons constaté, que plus on se rapproche du temps critique, plus il y a une augmentation de la période d'oscillations.

Pour un temps d'application du défaut égal à 0.185 s, le réseau perdait définitivement la stabilité (figures 8 et 9). Les angles de charges δ_1 (NORTH) et δ_2 (SOUTH) augmentent indéfiniment en s'écartant l'un de l'autre. Nous avons pu ainsi évaluer ce temps critique à 0.185 s.

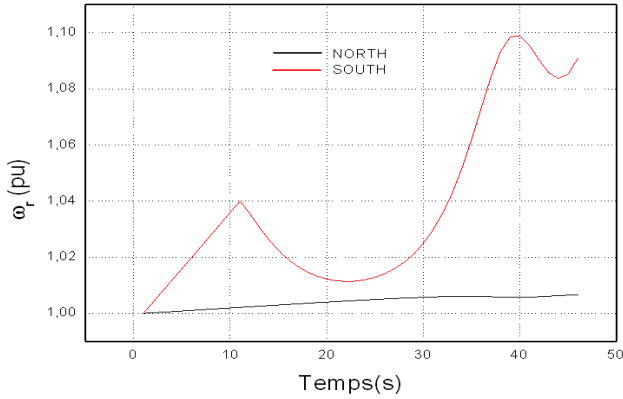


Fig. 8. Variations des vitesses angulaires en fonction du temps pour $T_d = 0.185$ s

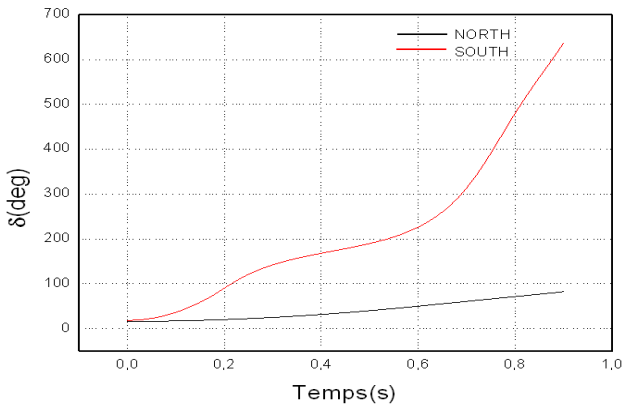


Fig. 9. Variations des angles rotoriques en fonction du temps pour $T_d = 0.185$ s

4.5 Application de la théorie des catastrophes

Le défaut triphasé considéré est toujours un défaut triphasé au nœud 2. Il est éliminé après 0.1 secondes sans changement dans la topologie du réseau ($P_{1eav} = P_{1eap}$).

Les expressions des puissances des générateurs 1 et 2 avant (P_{1eav}), pendant (P_{ed}) et après élimination du défaut (P_{1eap}) sont calculées en utilisant l'équation (14). Ces expressions sont représentées dans le tableau 4.

Tableau 4. Puissances électriques

Puissance	Machine 1	Machine 2
P_{2av}	$4,6055 \sin \delta$	$1,1053 \sin \delta + 0,0542 \cos \delta$
P_{2d}	$0,8373 \sin \delta - 0,01438 \cos \delta$	0
P_{2ap}	$4,6055 \sin \delta$	$1,1053 \sin \delta + 0,0542 \cos \delta$

Les paramètres calculés A_1 et A_2 avant, pendant et après le défaut sont donnés par le tableau 5.

Tableau 5. Paramètres A_1 et A_2 avant, pendant et après le défaut

		Machine 1	Machine 2
A_{eav}	A_{1eav}	4,6055	1,1053
	A_{2eav}	0	-0,0542
A_{ed}	A_{1ed}	0.8373	0
	A_{2ed}	0.01438	0
A_{eap}	A_{1eap}	4,6055	1,1053
	A_{2eap}	0	-0,0542

Les figures 10 et 11 représentent respectivement les graphes $P_e - \delta$ pour les différentes topologies du système (avant défaut, pendant défaut et après défaut) des machines NORTH et SOUTH.

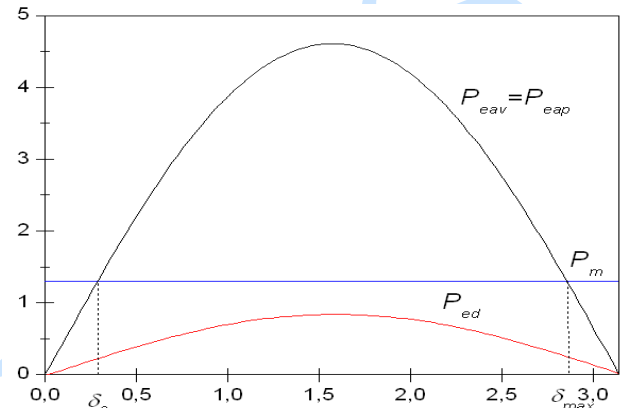


Fig. 10. Puissances électriques du générateur 1

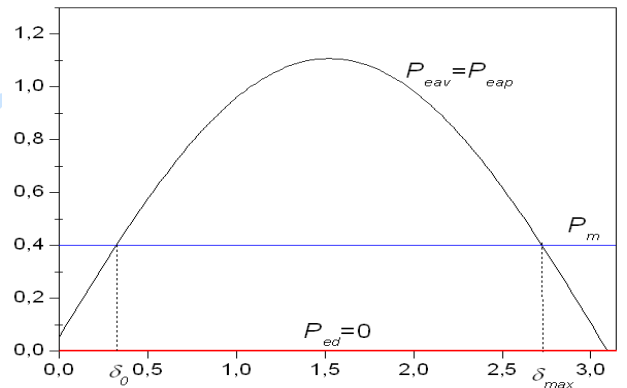


Fig. 11. Puissances électriques du générateur 2

L'énergie cinétique transitoire produite par chaque machine durant la période du défaut est exprimée par la relation (16). En appliquant cette dernière relation pour les deux machines, nous obtenons :

$$A_{acc1} = 0.8373333 \cos \delta_{c1} + 0.01458 \sin \delta_{c1} + 1.2957 \delta_{c1} - 1.177129672$$

$$A_{acc2} = 0.4 \delta_{c2} - 0.1291880624$$

L'énergie potentielle après défaut est exprimée par la relation (18). En appliquant cette dernière relation pour les deux machines, nous obtenons :

$$A_{dec1} = -4.60553 \cos \delta_{c1} - 1.2957 \delta_{c1} - 0.718463506$$

$$A_{dec2} = -1.105348 \cos \delta_{c2} + 0.051861 \sin \delta_{c2} - 0.4 \delta_{c2} + 0.058203675746$$

Les machines NORTH et SOUTH sont stables si leurs énergies cinétiques générées durant le défaut sont au moins égales à leurs énergies potentielles durant la période après défaut:

$$A_{acc1} + A_{d\acute{e}c1} = -3.768197\cos\delta_{c1} + 0.01458\sin\delta_{c1} - 1.895593178.$$

$$A_{acc2} + A_{d\acute{e}c2} = -1.105348\cos\delta_{c2} - 0.051861\sin\delta_{c2} - 0.0709843866.$$

En remplaçant $\sin\delta_{c1}$, $\cos\delta_{c1}$, $\sin\delta_{c2}$ et $\cos\delta_{c2}$ par leurs développements limités et en posant $\delta_{c1} = x_1$ et $\delta_{c2} = x_2$, et en prenant que les termes d'ordre 4, nous aurons :

$$A_{acc1} + A_{d\acute{e}c1} = -5.66379 + 0.01458x_1 + 1.88410x_1^2 - 0.00243x_1^3 - 0.15701x_1^4 + \theta(x_1^5)$$

$$A_{acc2} + A_{d\acute{e}c2} = -1.17633 + 0.05186x_2 + 0.55267x_2^2 - 0.00864x_2^3 - 0.04606x_2^4 + \theta(x_2^5)$$

Pour éliminer les termes d'ordre 3, nous posons :

$$x_1 = y_1 - \alpha_1 = y_1 - 0.003869$$

$$x_2 = y_2 - \alpha_2 = y_2 - 0.0469182$$

Les fonctions de la catastrophe de type queue d'aronde "Swallowtail" pour les deux machines sont les suivantes:

$$y_1^4 - 12.00009y_1^2 + 0.46342 \cdot 10^{-6}y_1 + 36.07339 = 0$$

$$y_2^4 - 12.01321y_2^2 + 0.000827y_2 + 25.56766 = 0$$

Les paramètres de contrôle des équations de Swallowtail pour les deux machines sont présentés par le tableau 6.

Tableau 6. Paramètres de contrôle a, b et c

Générateur	Paramètres de contrôle		
	a	b	c
Machine 1	-12,00009	0,46342 10 ⁻⁶	36,07339
Machine 2	-12,01321	0,000827	25,56766

A partir de ces deux équations, nous calculons les racines y_1 , y_2 , y_3 et y_4 de chaque générateur. Ces dernières sont présentées par le tableau 7.

Tableau 7. Racines des équations de Swallowtail

Générateur	Racines des équations Swallowtail			
	y1	y2	y3	y4
Machine 1	-2,45199	2,45198	-2,44699	2,44702
Machine 2	-3,04124	3,04112	-1,66259	1,66272

Choisissons la plus petite racine du tableau 6 pour calculer les angles critiques δ_c de chaque générateur selon la formule: $y - \alpha$. Ces angles sont présentés par le tableau 8.

Tableau 8. Angles critiques et Points de fonctionnement

Générateur	Angles critiques δ_c	Points de fonctionnement	
	en rad	Point	Coordonnées
Machine 1	2.44315	P_1	(0,46342 10 ⁻⁶ , 36,07339)
Machine 2	1,61580	P_2	(0,000827, 25,56766)

Ce même tableau contient les points de fonctionnement pour chaque machine dans l'espace des variables de contrôle b et c avec a = -12.

Le temps critique d'élimination du défaut en appliquant l'équation (26), est évalué à 0.186 s pour la machine 2.

Ce temps critique est presque identique au temps critique (0.185 s) déterminé en effectuant plusieurs simulations et en l'augmentant à chaque fois jusqu'à la perte de stabilité du réseau.

La zone de stabilité peut être dessinée en deux dimensions (c en fonction de b) selon la figure 12.

Cette dernière montre que les points obtenus existent à l'intérieur de la zone de stabilité.

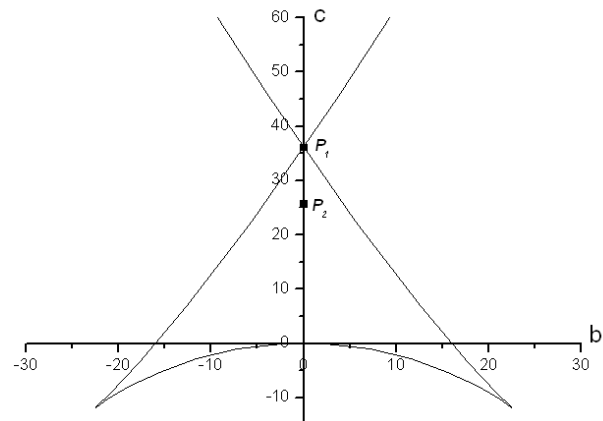


Fig. 12. Zone de stabilité

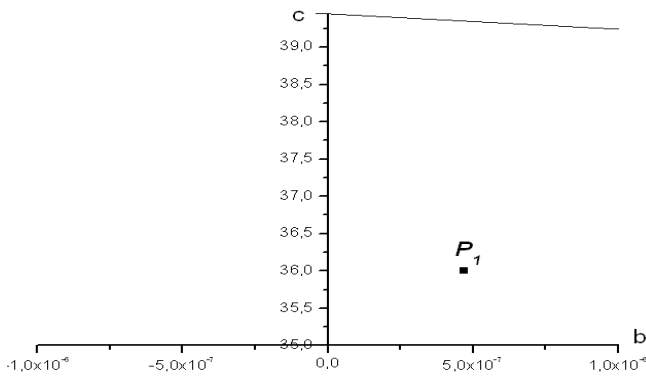


Fig. 13. Position du point P_1

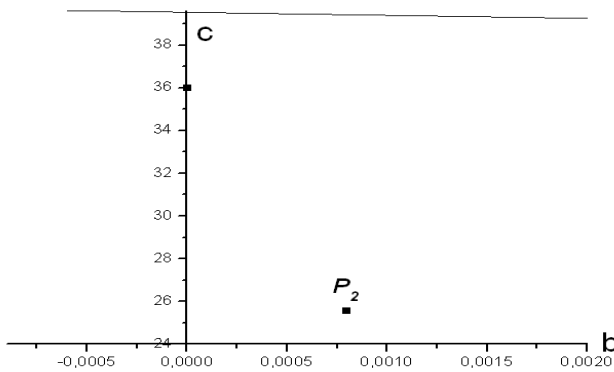


Fig. 14. Position du point P_2

Selon le tableau 8 et la figure 12, il est trouvé que les points de fonctionnement P_1 (figure 13) et le point P_2 (figure 14) existent dans la zone de stabilité. Ceci montre que les générateurs sont stables. Si l'un de ces points existe à l'extérieur de la zone de stabilité, le générateur qui correspond à ce point est instable.

CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté les résultats de simulation d'un réseau à 2 générateurs et 5 jeux de barre, dans le but de prédire si le système est stable ou non, après l'élimination d'un défaut.

L'estimation du temps d'élimination par la théorie de catastrophe est, purement, mathématique et directe. La théorie des catastrophes se base dans son calcul sur les résultats de l'écoulement de puissance avant, pendant et après l'application du défaut.

En se basant sur l'équation de Swallowtail qui est une transformée de l'équation de l'énergie transitoire du système, nous avons pu évaluer la stabilité transitoire de chaque machine. Ceci est fait, en vérifiant si les points de fonctionnement existent ou non dans la zone de stabilité générale (zone de bifurcation).

REFERENCES

- [Adl93] **T. Adla** – *Une introduction de la théorie des catastrophes à l'étude de la stabilité des réseaux*, Thèse de magister, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, Algérie, 1993.
- [AF94] **P. M. Anderson, A. A. Fouad** – *Power system control and stability*, IEEE Press, Marketing, 1994.
- [BK13] **I. Bugis, M. H. Kareem** – *Application of swallowtail catastrophe theory to transient stability assessment of multi-machine power system*, Journal of Theoretical and Applied Information Technology, vol, 55, n°3: 390-397, 2013.
- [Che10] **M. Cherif** – *Capacité d'une mémoire associative à fonction de sortie chaotique*, mémoire de la maîtrise en informatique, Université de Québec à Montréal, 2010.
- [Ike77] **I. Ikeland** – *Théorie des catastrophes*, la recherche n° 81, vol. 8: 745-754, 1977.
- [MJS98] **B. Meyer, M. Jerosalimski, M. Stubbe** – *Outils de simulation dynamique des réseaux électriques*, Technique de l'ingénieur, Traité Génie Electrique, D4120, 1998.
- [Par90] **R. Parsi-Feraidoonian** – *Application of catastrophe theory to transient stability analysis of multimachine power system*, Master thesis, University of British Columbia, 1990.
- [Sal89] **A. A Sallam** – *Power system transient stability assessment using catastrophe theory*, IEE proceeding, vol. 163, n°2: 108-114, 1989.
- [Sha03] **E. G. Shahraki** – *Apport de l'UPFC à l'amélioration de la stabilité transitoire des réseaux électriques*, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 2003.
- [SE68] **G. W. Stagg, A. H. El-Abiad** – *Computer Methods in Power System Analysis*, McGraw-Hill International Book Company, 1968.

- [WM86] **M. D. Wvong, A. M. Mihring** – *Catastrophe theory applied to transient stability assessment of power systems*, IEE Proceeding, vol, 133, n°6: 314-318, 1986.
- [ZLM07] **H. Zaier, S. Leulmi, M. Mordjaoui** – *Utilisation de la technique de catastrophe dans l'évaluation de la stabilité des réseaux électriques*, 4th International Conference on Computer Integrated Manufacturing CIP'2007, Sétif, Algérie, 2007.

TIBDISCUS