

Contribuții la modelarea procesului de debitare a oțelurilor inoxidabile prin eroziune electrică complexă

Lect.drd.ing. Tiberiu-Marius Karnyanszky
Universitatea “Tibiscus” Timișoara

ABSTRACT. The debiting process of the remarkable properties materials through unconventional technologies can be managed by electric factors as voltage or current. This paper presents a mathematical pattern which allows to select an adequate working regime for stainless steel processing.

1 Rezultate experimentale

Principalele mărimi de ieșire la prelucrarea prin eroziune electrică complexă – productivitatea prelevării (sau timpul de debitare) și calitatea suprafeței – sunt influențate, conform literaturii de specialitate, în primul rând ([Her99]) de parametrii electrici – tensiune, curent, densitate de curent - și de parametri mecanici - viteza relativă și presiunea de contact.

Pentru a determina modelul matematic al dependenței timpului de prelucrare (t_p) de tensiunea sau curentul de lucru (U respectiv I , în cazul de față I) la debitarea oțelului inoxidabil prin EEC s-a experimentat [HLM88] debitarea folosind diferite diametre ale obiectului de prelucrat și diferiți curenți, obținându-se rezultatele din tabelul 1 care au reprezentarea grafică ca în figura 1.

Tabelul 1. Timpul de debitare a oțelului inoxidabil funcție de intensitatea curentului și diametrul probei

A:diametru OT=45 mm		B:diametru OT=50 mm		C:diametru OT=65 mm	
I [A]	t _p [s]	I [A]	t _p [s]	I [A]	t _p [s]
50	300	50	300	60	435
60	240	60	240	100	300
100	180	80	210	140	210
120	150	130	155	180	170
140	120	170	130	200	160
180	105	180	120	240	140
210	90	190	115		
		200	110		

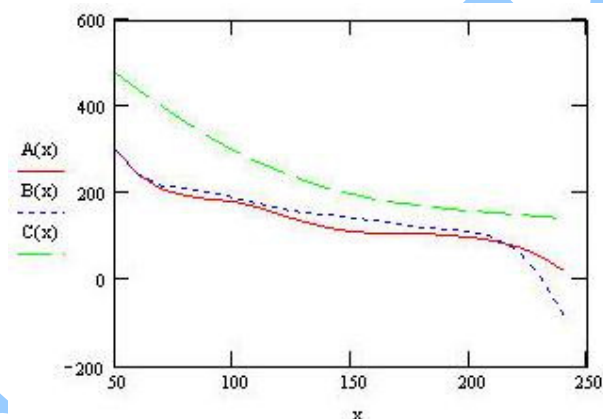


Figura 1. Dependența timpului de debitare de intensitatea curentului

2 Modelul matematic

Pentru stabilirea modelului matematic al dependenței $t_p=f(I)$, se încercă reprezentarea prin funcții polinomiale de gradul 1, 2, 3 și prin funcții exponențiale, considerându-se expresiile:

$$Q_{p1} = a_1 \cdot I + a_0 \quad (1)$$

$$Q_{p2} = a_2 \cdot I^2 + a_1 \cdot I + a_0 \quad (2)$$

$$Q_{p3} = a_3 \cdot I^3 + a_2 \cdot I^2 + a_1 \cdot I + a_0 \quad (3)$$

$$Q_{p4} = e^{a_2 \cdot I^2 + a_1 \cdot I + a_0} \quad (4)$$

$$Q_{p5} = a_0 \cdot e^{a_2 \cdot I^2 + a_1 \cdot I} \quad (5)$$

Pentru determinarea coeficienților din cele cinci funcții se efectuează o interpolare polinomială prin metoda celor mai mici pătrate ([Kil97]). Metoda permite determinarea coeficienților funcției

$$y_i = f(x_i) \quad (6)$$

în $n+1$ puncte distincte, adică perechi de valori $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ ceea ce este cazul în situația datelor din tabelul nr. 1. Metoda poartă această denumire deoarece determină un polinom

$$P(x) = a_1 \cdot x + a_0 \quad (7)$$

$$P(x) = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 \quad (8)$$

$$\dots$$
$$P(x) = a_m \cdot x^m + a_{m-1} \cdot x^{m-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0 \quad (9)$$

pentru care abaterea medie pătratică este minimă:

$$S = \sum_{i=0}^n [P(x) - y_i]^2 = \text{minim} \quad (10)$$

Dacă polinomul de interpolare P este de gradul 1, problema se mai numește regresie liniară și presupune rezolvarea sistemului de ecuații:

$$\begin{cases} s_0 \cdot a_0 + s_1 \cdot a_1 = t_0 \\ s_1 \cdot a_0 + s_2 \cdot a_1 = t_1 \end{cases} \quad (11)$$

unde s-au folosit notațiile :

$$s_0 = n+1 \quad (12)$$

$$s_1 = \sum_{i=0}^n x_i \quad (13)$$

$$s_2 = \sum_{i=0}^n x_i^2 \quad (14)$$

$$t_0 = \sum_{i=0}^n y_i \quad (15)$$

$$t_1 = \sum_{i=0}^n y_i \cdot x_i \quad (16)$$

Pentru polinoame de gradul 2 (regresie parabolică), sistemul de ecuații care se rezolvă este:

$$\begin{cases} s_0 \cdot a_0 + s_1 \cdot a_1 + s_2 \cdot a_2 = t_0 \\ s_1 \cdot a_0 + s_2 \cdot a_1 + s_3 \cdot a_2 = t_1 \\ s_2 \cdot a_0 + s_3 \cdot a_1 + s_4 \cdot a_2 = t_2 \end{cases} \quad (17)$$

unde, pe lângă formulele (12)-(16) s-a mai notat:

$$s_3 = \sum_{i=0}^n x_i^3 \quad (18)$$

$$s_4 = \sum_{i=0}^n x_i^4 \quad (19)$$

$$t_2 = \sum_{i=0}^n y_i \cdot x_i^2 \quad (20)$$

Pentru polinoame de grad superior (m), problema se pune în mod asemănător, sistemul are m+1 ecuații iar valorile lui s și t sunt s₀, s₁, ..., s_{2m} respectiv t₀, t₁, ..., t_m.

Pentru funcțiile exponențiale, găsirea valorilor coeficienților a₀, a₁, ... se face prin logaritmarea polinomului de interpolare, astfel:

$$P(x) = e^{a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0} \quad (21)$$

$$\ln P(x) = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 \quad (22)$$

$$\ln P(x) = PP(x) \quad (23)$$

și deci problema revine la o regresie parabolică, exceptând faptul că în locul valorilor y₀, y₁, ..., y_n se vor folosi în calcul ln y₀, ln y₁, ..., ln y_n.

În mod absolut asemănător, pentru formula (5) se fac modificările:

$$P(x) = a_0 \cdot e^{a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x} \quad (24)$$

$$\ln P(x) = \ln a_0 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x \quad (25)$$

$$\ln P(x) = PP(x) \quad (26)$$

$$\ln a_0 = aa_0 \quad (27)$$

Tabelul 2. Rezultatele interpolării liniare și exponențiale

Formula	Coefi- cient	A	B	C
(1)	a ₁	1.2217	1.0987	-1.5934
	a ₀	3.1938	318.074	480.1506
(2)	a ₂	8.4601·10 ⁻³	7.5668·10 ⁻³	1.0747·10 ⁻²
	a ₁	3.3838	2.9805	-4.7943
(3)	a ₀	432.0042	409.6443	678.6276
	a ₃	-4.9946·10 ⁻⁵	-1.0752·10 ⁻⁴	-4.4569·10 ⁻⁵
	a ₂	2.7778·10 ⁻²	4.8275·10 ⁻²	3.0976·10 ⁻²
	a ₁	5.6097	-7.6477	-7.5632
(4)	a ₀	505.2501	564.3746	787.8262
	a ₂	2.6503·10 ⁻⁵	2.0608·10 ⁻⁵	2.5773·10 ⁻⁵
	a ₁	-1.4076·10 ⁻²	-1.1242·10 ⁻²	-1.4022·10 ⁻²
(5)	a ₀	6.297	6.1444	6.8288
	a ₂	2.6503·10 ⁻⁵	2.0608·10 ⁻⁵	2.5773
	a ₁	-1.4076·10 ⁻²	-1.1242·10 ⁻²	-1.4022·10 ⁻²
(5)	a ₀	542.9482	466.0652	924.1021

Folosind un program de calculator care rezolvă sistemele de ecuații (11), (17), ..., au fost obținute rezultatele din tabelul 2.

3 Verificarea modelului

Validarea modelului matematic obținut se face prin compararea rezultatelor experimentale cu cele determinate prin aplicarea funcțiilor (1)-(5). Se determină abaterea medie pătratică pentru fiecare caz în parte cu formula:

$$S = \sum_{i=0}^n [P(x) - y_i]^2 \quad (28)$$

iar modelul corect este ales acela pentru care abaterea este minimă. Rezultatele determinărilor sunt prezentate în tabelul 3 iar reprezentarea simultană a celor trei funcții care interpoolează valorile experimentale este în figura 2.

Tabelul 3. Abaterea medie pătratică pentru funcțiile polinomiale și exponențiale

Cazul	A	B	C
(1)	16,983	8,495	17,252
(2)	5,231	5,140	4,109
(3)	4,412	3,644	1,077
(4)	4,335	3,843	1,537
(5)	4,335	3,843	1,537

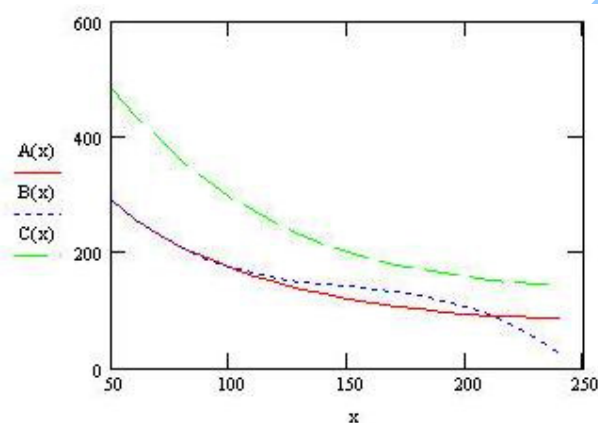


Figura 2. Dependența timpului de prelucrare de intensitatea curentului

Verificarea practică a modelului astfel obținut se face prin utilizarea funcțiilor de interpolare pentru calcularea valorii timpului de prelucrare pentru valori ale curentului diferite de cele utilizate în stabilirea modelului. Dacă valorile astfel determinate sunt confirmate în practică, cu o eroare satisfăcătoare, atunci se poate considera modelul matematic ca fiind corect.

Considerând cele trei funcții cu coeficienții din tabelul 2:

-pentru $d=45$ mm: $t_p = e^{2,6503 \cdot 10^{-3} \cdot I^2 - 1,4076 \cdot 10^{-2} \cdot I + 6,297}$

-pentru $d=50$ mm: $t_p = -1,0752 \cdot 10^{-4} \cdot I^3 + 4,8275 \cdot 10^{-2} \cdot I^2 - 7,6477 \cdot I + 564,3746$

-pentru $d=65$ mm: $t_p = -4,4569 \cdot 10^{-5} \cdot I^3 + 3,0976 \cdot 10^{-2} \cdot I^2 - 7,5632 \cdot I + 787,8262$

s-au făcut măsurătorile (t_{exp} , [s]) și calculele (t_{calc} , [s]) prezentate în tabelul 4, determinându-se în același timp eroarea procentuală ($(t_{calc} - t_{exp}) / t_{calc}$, [%]).

Tabelul 4. Verificarea modelelor matematice

I [A]	A			B			C		
	t _{calc}	t _{exp}	eroare	t _{calc}	t _{exp}	eroare	t _{calc}	t _{exp}	eroare
75	220	208	5,45	217	209	3,69	376	385	-2,39
125	141	140	0,71	152	145	4,61	240	225	6,25
150	119	122	-2,52	141	135	4,26	200	192	4,00

Rezultatele din tabelul 4 arată că modelele astfel determinate sunt corecte, nivelele erorii fiind sub 10%.

4 Concluzii

Din analiza acestor date se poate observa că:

- timpul de debitare scade odată cu creșterea curentului de lucru;
- funcția care descrie dependența timpului de debitare de curentul electric este, uzual, un polinom de gradul 3;
- la mărirea diametrului OT se obține o mărire a timpului de debitare, la aceeași putere indusă (intensitate a curentului).

Bibliografie

- [Her99] **Herman, Mihaela** - *Prelucrarea dimensională prin eroziune electrică complexă*, Referat nr. 1, Universitatea Tehnică Timișoara, 1999
- [HLM88] **Herman, Richard, Lăncrăngean, Zenoviu, Mărcușanu, Aurel** - *Prelucrarea prin eroziune electrică complexă a oțelurilor inoxidabile – aspecte tehnologice*, SITNEC 1. Simpozion pe teme de tehnologii neconvenționale, Bârlad, 1988
- [Kil97] **Kilyeni, Ștefan** - *Metode numerice*, volumul I+II, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 1997

Tibiscus