

Modelarea propagării undelor de șoc în problema Taylor-Sedov-Neumann

Col. ing. Gheorghe Nicolăiță
Ministerul Apărării Naționale

ABSTRACT. In the paper is utilized propagation criterion of sphere shock wave, notation with TSN (Taylor - Sedov - Neumann). With aid of TSN criterion is analyzed position of shock wave at any time t . With the author experimental data is obtain mean value of TSN criterion and been calculation velocity and distance cover of shock wave in time function for $E = 1000000$ J.

1 Formularea problemei

Se consideră o explozie puternică urmată de unde de șoc sferice. Problema a fost formulată matematic de G.I. Taylor (1941), L.I. Sedov (1946) și J. von Neumann (1947). Se notează cu E energia degajată prin explozie, iar mediul în care se propagă undele de șoc se presupune politropic. Se analizează unde de șoc nu prea îndepărtate de sursă, acolo unde intensitatea undelor este suficient de mare. Distanțele față de sursă se presupun mari în comparație cu dimensiunile acesteia, ipoteză în care degajarea energiei E are loc într-un singur punct, considerat originea coordonatelor.

Intensitatea mare a undei de șoc este echivalentă cu un salt mare de presiune în undă, adică:

$$\frac{p_2}{p_1} \gg \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad (1)$$

unde γ este indicele adiabatic; p_2 , p_1 sunt presiunile după și înainte de explozie în mediul neperturbat (în fața undei). Raportul densităților se consideră maxim:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}. \quad (2)$$

2 Criteriul propagării undei de șoc sferice

Mișcarea gazelor se caracterizează prin doi parametri:

- densitatea inițială ρ_1 ,
- energia degajată E .

Cu ajutorul parametrilor ρ_1 , E și r a două variabile independente.

- timpul t ;
- distanța față de sursă r ,

se formează o singură combinație adimensională TSN (criteriul Taylor-Sedov-Neumann):

$$TSN = r \left(\frac{\rho_1}{E t^2} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (3)$$

În acest mod toate mișcările sunt automodelate, adică poziția undei de șoc la orice moment va corespunde unei valori determinate a criteriului propagării undei de șoc (TSN).

3 Date experimentale obținute de autor la inițierea încărcăturilor sferice în aer

Notații:

- P_{max} – presiunea maximă în frontul undei de șoc;
- T_p – timpul măsurat din momentul exploziei până la începutul fazei pozitive a suprapresiunii;
- T_{Pmax} – timpul măsurat din momentul exploziei până la atingerea presiunii maxime;
- T_{fp} – durata fazei pozitive a suprapresiunii;

Încărcătura	Direcția de măsurare	Distanța (m)	T_p (ms)	P_{max} (bari)
Sferă	Ox	1	1,088	1,833
		2	3,504	0,574
		4	9,072	0,229
	Oy	1	1,106	1,56
		2	3,464	0,375
		4	10,304	0,019

Calculul valorii criteriului propagării undei de șoc (TSN) pe baza datelor experimentale

Se consideră următoarele valori:

$$r_1 := 1 \quad t_1 := 1.088 \cdot 10^{-3} \quad \rho_1 := 1.235$$

$$r_2 := 2 \quad t_2 := 3.504 \cdot 10^{-3}$$

$$r_3 := 4 \quad t_3 := 9.072 \cdot 10^{-3}$$

$$TSN1_j := r_1 \cdot \left[\frac{\rho_1}{E_j \cdot (t_1)^2} \right]^{\frac{1}{5}} \quad TSN2_j := r_1 \cdot \left[\frac{\rho_1}{E_j \cdot (t_2)^2} \right]^{\frac{1}{5}}$$

$$TSN3_j := r_1 \cdot \left[\frac{\rho_1}{E_j \cdot (t_3)^2} \right]^{\frac{1}{5}}$$

j =	TSN1 _j =	TSN2 _j =	TSN3 _j =
1	1.598	1.001	0.684
2	1.391	0.872	0.596
3	1.283	0.804	0.549
4	1.211	0.759	0.519
5	1.158	0.726	0.496
6	1.117	0.7	0.478
7	1.083	0.678	0.464
8	1.055	0.661	0.451
9	1.03	0.645	0.441
10	1.009	0.632	0.432

$$TSN1_m := \frac{1}{10} \cdot \sum_{j=1}^{10} TSN1_j \quad TSN1_m = 1.194$$

$$TSN2_m := \frac{1}{10} \cdot \sum_{j=1}^{10} TSN2_j \quad TSN2_m = 0.748$$

$$TSN3_m := \frac{1}{10} \cdot \sum_{j=1}^{10} TSN3_j \quad TSN3_m = 0.511$$

$$\text{TSNmed} := \frac{\text{TSN1m} + \text{TSN2m} + \text{TSN3m}}{3} \quad \text{TSNmed} = 0.817$$

Distanța parcursă de unda de șoc în funcție de timp se calculează cu relația:

$$r(t) = \text{TSNmed} \left(\frac{E t^2}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (4)$$

expresie care permite, prin derivare în raport cu timpul, determinarea vitezei de propagare a undei de șoc în raport cu mediul neperturbat. Rezultă:

$$v_{\text{us}} = \frac{dr(t)}{dt} = \frac{2}{5} \frac{r(t)}{t}. \quad (5)$$

Se obțin următoarele reprezentări grafice:

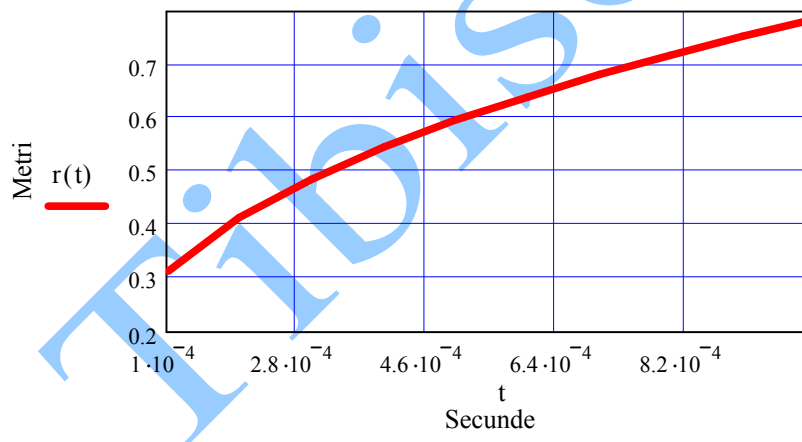


Fig.1: Spațiul parcurs de unda de șoc sferică în funcție de timp pentru $E = 10^6 \text{ J}$

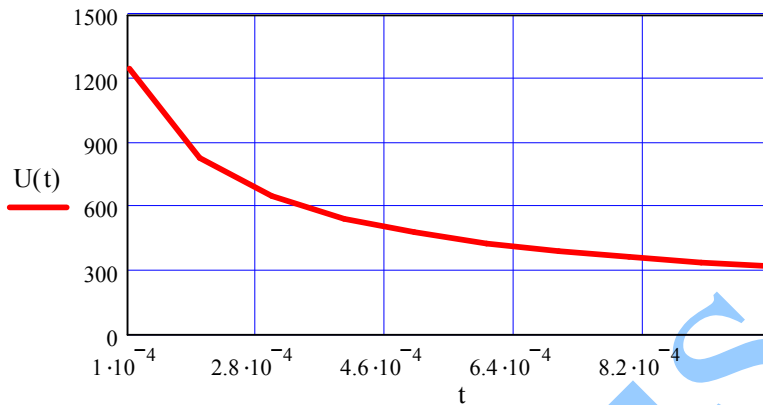


Fig.2: Viteza de propagare a undei de șoc sferice în funcție de timp pentru $E = 10^6$ J

4 Concluzii

În funcție de variabilele t și E , spațiul parcurs de unda de șoc sferică și viteza de propagare a acesteia, se exprimă prin:

$$r(t,E) = \frac{TSN_{med}}{\rho_1^{\frac{1}{5}}} E^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}}, \quad U(t,E) = \frac{2}{5t} r(t,E) \quad (6)$$

Pentru reprezentarea grafică a funcțiilor de două variabile (6) se adoptă intervalele $t \in [0.0001, 0.01]$ în secunde și $E \in [100000, 1000000]$ J. Se utilizează un program pentru scrierea matriceală a datelor și reprezentarea lor sub forma unor linii de nivel:

$$\begin{aligned} TSN_{med} &:= 1.333 & \rho_1 &:= 1.235 \\ r(t,E) &:= \frac{TSN_{med}}{\rho_1^{\frac{1}{5}}} E^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}} & U(t,E) &:= \frac{2}{5t} r(t,E) \\ t_1 &:= 10^{-4} & t_2 &:= 10^{-2} & t_n &:= 5 \end{aligned}$$

$$i := 0..5 \quad t_i := t_1 + i \frac{t_2 - t_1}{t_n - 1}$$

$$E_1 := 5 \cdot 10^5 \quad E_2 := 10^6 \quad E_n := 10$$

$$j := 0..5 \quad E_j := E_1 + j \frac{E_2 - E_1}{E_n - 1}$$

$$M1_{i,j} := r(t_i, E_j) \quad M2_{i,j} := U(t_i, E_j)$$

În matricea M1 sunt date valorile distanței parcurse de unda de șoc $r(i,j)$, $i = 0, \dots, 5$ și $j = 0, \dots, 5$: în m:

$$M1 = \begin{bmatrix} 0.271 & 0.277 & 0.283 & 0.288 & 0.292 & 0.297 \\ 0.995 & 1.017 & 1.036 & 1.054 & 1.071 & 1.087 \\ 1.303 & 1.331 & 1.357 & 1.38 & 1.403 & 1.424 \\ 1.529 & 1.561 & 1.591 & 1.619 & 1.645 & 1.67 \\ 1.713 & 1.749 & 1.783 & 1.814 & 1.843 & 1.871 \\ 1.871 & 1.911 & 1.948 & 1.982 & 2.014 & 2.044 \end{bmatrix}$$

Matricea M2 conține valorile vitezei undei de șoc în funcție de $r(i,j)$, $i = 0, \dots, 5$ și $j = 0, \dots, 5$, în m/s :

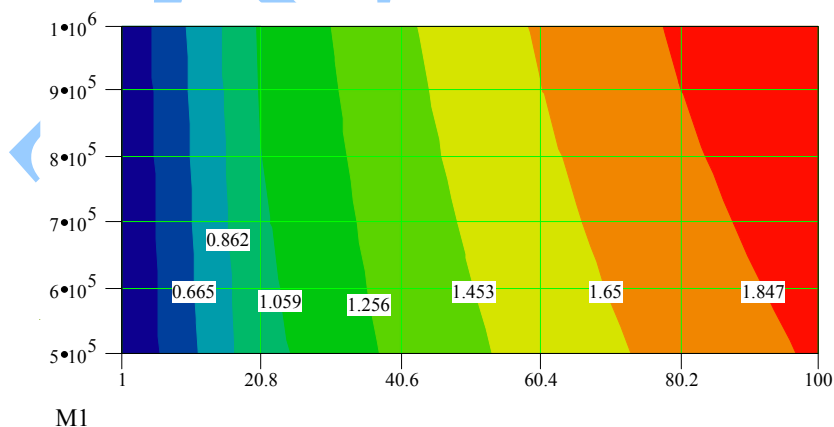


Fig.3: Reprezentarea distanței parcurse de unda de șoc în aer funcție de t și E (timpul pe orizontală se va înmulți cu 0,0001)

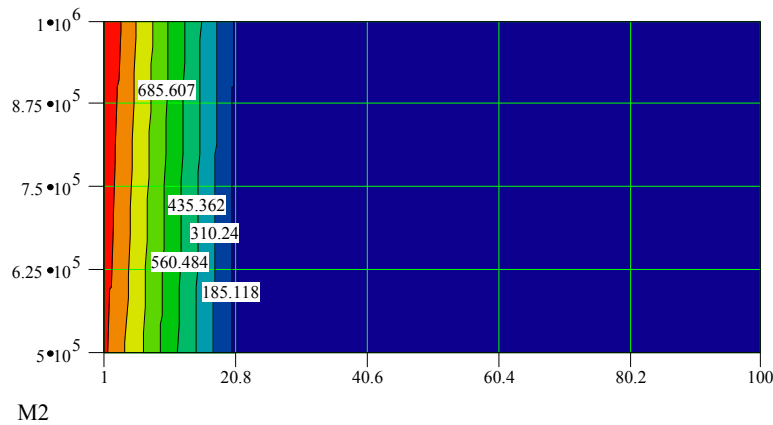
$$M2 = \begin{bmatrix} 1.086 \cdot 10^3 & 1.109 \cdot 10^3 & 1.13 \cdot 10^3 & 1.15 \cdot 10^3 & 1.169 \cdot 10^3 & 1.186 \cdot 10^3 \\ 154.624 & 157.917 & 160.956 & 163.781 & 166.424 & 168.909 \\ 103.221 & 105.419 & 107.448 & 109.334 & 111.098 & 112.757 \\ 81.253 & 82.983 & 84.58 & 86.065 & 87.454 & 88.76 \\ 68.508 & 69.967 & 71.314 & 72.566 & 73.737 & 74.838 \\ 59.995 & 61.273 & 62.452 & 63.549 & 64.574 & 65.538 \end{bmatrix}$$


Fig.4: Reprezentarea sub forma liniilor de nivel a vitezei undei de șoc în aer funcție de t și E (timpul pe orizontală se va înmulți cu 0,0001)

Bibliografie

- [LL89] Landau, L., Lifchitz, E, - *Physique theorique*, Tome 6, Mecanique des fluides, Editions Mir Moscou, 1989.
- [Sed67] Sedov, L., I. - *Metodi podobia i razmernosti v mehanike*, Izdat., Nauka, Moskva, 1967.
- [Ște96] Ștefan, Sterie - *Ecuatiile mecanicii fluidelor*, Editura Academia Tehnică Militară, București, 1996

Tibiscus