

## Reprezentarea parametrică a spațiului de lucru al membrului superior uman în mișcare

Lector univ.dr. Antoanela Náaji  
Universitatea de Vest „Vasile Goldiș” Arad

**ABSTRACT.** One of the most important applications of parametric representation of the systems is the modeling of the working space described by the end of kinematic chain during the motion. The approach to hyper-surfaces modeling is based on the direct geometric model considering the human upper limb as a kinematic structure similar to that of a robot with five degrees of freedom.

For generating the surfaces in which the end-effector of the human upper limb moves, there were applied certain specific functions of the Matlab program, stating first the variables used in this program.

### 1. Modelul cinematic al membrului superior uman

Se consideră membrul superior uman ca o structură cinematică similară cu a unui robot cu cinci grade de libertate (figura 1), respectând principiile convenției Denavit-Hartenberg [Dra97], [DTC01]. Cele 5 grade de libertate corespund celor trei articulații: **articulația brațului** reprezentată prin 3 cuple de rotație corespunzătoare mișcărilor simple de flexie-extensie, abducție-adducție, rotație înăuntru și înafară, **articulația antebrățului** reprezentată printr-o singură cuplă de rotație corespunzătoare mișcării simple de flexie-extensie și **articulația mâinii** reprezentată printr-o cuplă de rotație corespunzătoare mișcării simple de flexie-extensie.

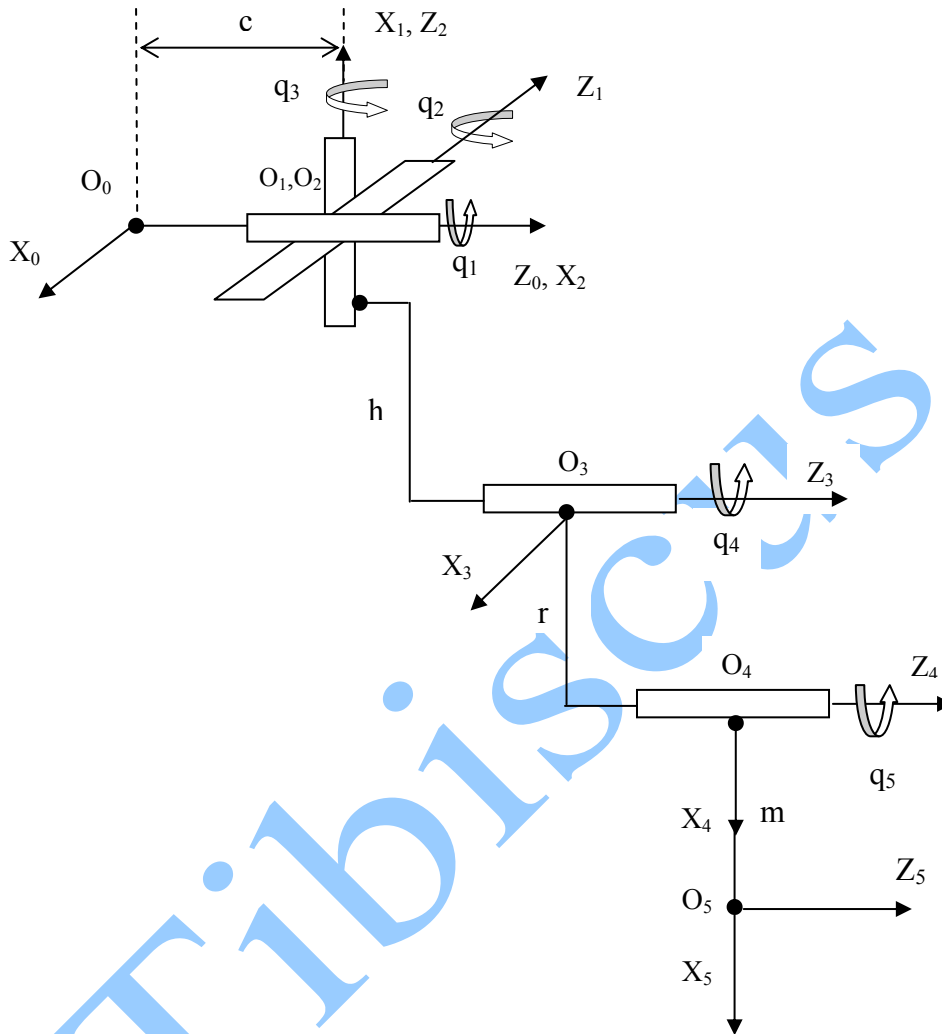


Fig. 1. Lanțul cinematic al membrului superior uman

Pentru obținerea **ecuațiilor cinematice**, se exprimă toate matricele de transfer aferente elementelor lanțului cinematic, se calculează matricea  ${}^0G_5 = [{}^0T_1] \cdot [{}^1T_2] \cdot [{}^2T_3] \cdot [{}^3T_4] \cdot [{}^4T_5]$  și se identifică elementele acesteia cu cele din forma sa generală. Acestea se prezintă sub forma unui sistem de 12 ecuații ce exprimă coordonatele operaționale ca funcții de coordonatele articulare și materializează **modelul geometric direct al membrului superior uman cu 5 grade de libertate** [D+04], [H+96], [Naa04]:

$$\begin{aligned}n_x = & \cos(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \\ & \cos(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & \cos(\theta_5) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_4) - \\ & \sin(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \\ & \sin(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & \sin(\theta_5) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_4)\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}n_y = & \cos(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \\ & \cos(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & \cos(\theta_5) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_4) \\ & \sin(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \\ & \sin(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & \sin(\theta_5) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_4)\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}n_z = & \cos(\theta_5) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) * \cos(\theta_4) - \cos(\theta_5) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_4) - \\ & \sin(\theta_5) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) * \sin(\theta_4) - \sin(\theta_5) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_4)\end{aligned}\quad (3)$$

$$\begin{aligned}o_x = & -\sin(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \\ & \sin(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) - \\ & \sin(\theta_5) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_4) - \\ & \cos(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \\ & \cos(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & \cos(\theta_5) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_4)\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}o_y = & -\sin(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \\ & \sin(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) - \\ & \sin(\theta_5) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_4) - \\ & \cos(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \\ & \cos(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & \cos(\theta_5) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_4)\end{aligned}\quad (5)$$

$$\begin{aligned}o_z = & -\sin(\theta_5) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) * \cos(\theta_4) + \\ & \sin(\theta_5) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_4) - \\ & \cos(\theta_5) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) * \sin(\theta_4) - \\ & \cos(\theta_5) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_4)\end{aligned}\quad (6)$$

$$a_x = -\cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) - \sin(\theta_1) * \cos(\theta_3)\quad (7)$$

$$a_y = -\sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_3) + \cos(\theta_1) * \cos(\theta_3) \quad (8)$$

$$a_z = -\sin(\theta_2) * \sin(\theta_3) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} p_x = & m * \cos(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \\ & m * \cos(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & m * \cos(\theta_5) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_4) - \\ & m * \sin(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \\ & m * \sin(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & m * \sin(\theta_5) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_4) + \\ & r * \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \\ & r * \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * r * \sin(\theta_4) - \cos(\theta_1) * \sin(\theta_2) * h \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} p_y = & m * \cos(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \\ & m * \cos(\theta_5) * \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & m * \cos(\theta_5) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \sin(\theta_4) - \\ & m * \sin(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) - \\ & m * \sin(\theta_5) * \sin(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & m * \sin(\theta_5) * \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_4) + \\ & r * \cos(\theta_4) * \sin(\theta_1) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_3) + \\ & r * \cos(\theta_4) * \cos(\theta_1) * \sin(\theta_3) + \\ & \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * r * \sin(\theta_4) - \sin(\theta_1) * \sin(\theta_2) * h \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} p_z = & m * \cos(\theta_5) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) * \cos(\theta_4) - m * \cos(\theta_5) * \cos(\theta_2) * \sin(\theta_4) \\ & - m * \sin(\theta_5) * \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) * \sin(\theta_4) - \\ & m * \sin(\theta_5) * \cos(\theta_2) * \cos(\theta_4) + \sin(\theta_2) * \cos(\theta_3) * r * \cos(\theta_4) - \\ & \cos(\theta_2) * r * \sin(\theta_4) + \cos(\theta_2) * h + c \end{aligned} \quad (12)$$

unde:

$\theta_i$  – variabila articulară  $i$ ,  
 $c$  - distanța între articulația umărului și mijlocul centurii scapulare,  
 $h$  – lungimea humerusului,  
 $r$  – lungimea radiusului,  
 $m$  – lungimea mâinii.

## 2. Reprezentarea parametrică a spațiului de lucru

Una din cele mai importante aplicații ale reprezentării parametrice a sistemelor este modelarea spațiilor descrise de capătul lanțului cinematic în timpul efectuării sarcinii. Abordarea modelării suprafețelor de lucru se va face pe baza modelului geometric direct [D+04], [PW01].

Ecuatiile cinematice obținute sunt ecuațiile parametrice ce exprimă poziția și orientarea mâinii față de sistemul fix. Reprezentarea lor în spațiul 3D, conduce la modelarea suprafețelor în interiorul cărora se află în permanență efectorul membrului superior în timpul executării sarcinii sale de lucru [F+95], [JS91].

Pentru generarea reprezentărilor grafice, programul MatLab utilizează anumite funcții [\*\*\*04].

Inițial se declară variabilele folosite în program. În cazul abordat, aceste variabile sunt variabilele articulare  $q_i$ , adică unghiurile  $\theta_i$  ale cuplelor de rotație.

Deoarece operațiile cu vectori și matrice sunt executate în MatLab mai repede cu un ordin de mărime decât operațiile compilate/interpretate, se obține o viteză de lucru mai mare dacă algoritmi înscrisi în fișierele .m sunt vectorizați (de exemplu:  $t=0:.01:10$ ;

Pentru simplificarea reprezentării unele dintre variabilele articulare sunt vectorizate (de exemplu  $\theta_1=0:pi/20:0.638*pi$ ), iar celelalte sunt ciclitate cu ajutorul instrucției **for**. Instrucțiunea **for** permite repetarea unui grup de instrucțiuni din corpul buclei, de un anumit număr de ori.

Graficele sunt reprezentate prin trasarea unor curbe în 3D, conținând toate punctele pe care le generează tripleta  $p_x, p_y, p_z$  din soluția modelului geometric direct al membrului superior. Grupul de ecuații parametrice  $p_x = p_x(t), p_y = p_y(t), p_z = p_z(t)$  reprezintă traiectoria originii sistemului atașat mâinii, efectorului final al membrului superior. Reprezentarea liniilor în spațiu se realizează cu funcția **plot3**. Funcția **Hold** păstrează graficul curent.

Toate aceste considerații sunt prezentate pentru a justifica din ce motive uneori utilizarea unui software profesional, așa cum este MatLab-ul, este preferată creării unor programe originale. Utilizarea celor din prima categorie menționată asigură pe lângă caracterul de generalitate al aplicației și interschimbabilitatea rezultatelor, absolut necesară în orice cercetare interdisciplinară.

Utilizând modelul cinematic al membrului superior, ultima coloană a matricei ce exprimă poziția și orientarea sistemului de referință atașat mâinii în raport cu cel fix reprezintă ecuațiile de mișcare  $p_x = p_x(t), p_y = p_y(t), p_z = p_z(t)$  ce servesc la reprezentarea parametrică a suprafețelor pe care efectorul final se poate deplasa cu orientare variabilă.

Se prezintă în cele ce urmează spațiul de lucru propriu al membrului superior pentru modelul simplificat, folosind facilitățile MatLab.

Considerând  $h=29$  cm,  $r=23,5$  cm,  $c=20$  cm,  $m=16$ cm și valorile variabilelor articulare:  $\theta_1=0^\circ-115^\circ$ ,  $\theta_2=0^\circ-180^\circ$ ,  $\theta_3=0^\circ-180^\circ$ ,  $\theta_4=0^\circ-150^\circ$ ,  $\theta_5=0^\circ-90^\circ$ , în figura se vor reprezenta mai jos suprafețele pe care se află traiectoriile originii sistemului atașat efectorului final, în câteva variante.

◆ **Varianta 1:**  $\theta_1=0^\circ-115^\circ$ ,  $\theta_2=0^\circ$ ,  $\theta_3=0^\circ$ ,  $\theta_4=0^\circ$ ,  $\theta_5=0^\circ$

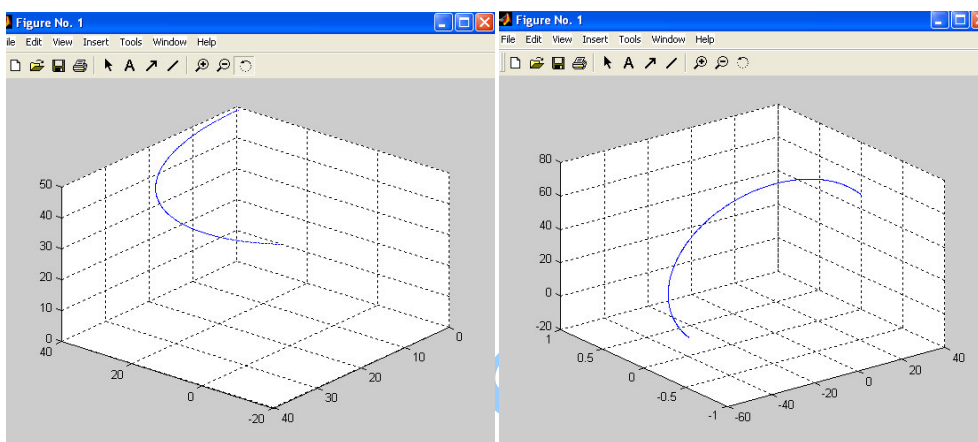
Pentru această variantă, instrucțiunile MatLab sunt:

```
h=29
r=23.5
c=20
m=16
q2=0;
q3=0;
q4=0;
q5=0;
plot3(0,0,0)
hold on
for q1=0:pi/500:0.638*pi
plot3(m*cos(q5)*cos(q4)*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3) -
m*cos(q5)*cos(q4)*sin(q1)*sin(q3) +
m*cos(q5)*cos(q1)*sin(q2)*sin(q4) -
m*sin(q5)*sin(q4)*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3) +
m*sin(q5)*sin(q4)*sin(q1)*sin(q3) + m*sin(q5)*cos(q1)*sin(q2)*cos
(q4) + r*cos(q4)*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3) -
r*cos(q4)*sin(q1)*sin(q3) + cos(q1)*sin(q2)*r*sin(q4) -
cos(q1)*sin(q2)*h,
m*cos(q5)*cos(q4)*sin(q1)*cos(q2)*cos(q3) + m*cos(q5)*cos(q4)*cos(q
1)*sin(q3) + m*cos(q5)*sin(q1)*sin(q2)*sin(q4) -
m*sin(q5)*sin(q4)*sin(q1)*cos(q2)*cos(q3) -
m*sin(q5)*sin(q4)*cos(q1)*sin(q3) + m*sin(q5)*sin(q1)*sin(q2)*cos(q
4) +
r*cos(q4)*sin(q1)*cos(q2)*cos(q3) + r*cos(q4)*cos(q1)*sin(q3) + sin(q
1)*sin(q2)*r*sin(q4) -
sin(q1)*sin(q2)*h, m*cos(q5)*sin(q2)*cos(q3)*cos(q4) -
m*cos(q5)*cos(q2)*sin(q4) - m*sin(q5)*sin(q2)*cos(q3)*sin(q4) -
m*sin(q5)*cos(q2)*cos(q4) + sin(q2)*cos(q3)*r*cos(q4) -
cos(q2)*r*sin(q4) + cos(q2)*h + c)
end
grid on
hold off
```

Traectoria de mișcare corespunzătoare acestei variante este reprezentată în figura 2.

◆ **Varianta 2:**  $\theta_1=0^\circ, \theta_2=0^\circ-180^\circ, \theta_3=0^\circ, \theta_4=0^\circ, \theta_5=0^\circ$ .

Pentru această variantă, instrucțiunile MatLab sunt asemănătoare celor anterioare. Suprafața proprie de lucru pentru această variantă este reprezentată în figura 3.



**Fig. 2. Traectoria de mișcare - varianta 1**

**Fig. 3. Suprafața proprie de lucru - varianta 2**

◆ **Varianta 3:**  $\theta_1=0^\circ, \theta_2=0^\circ, \theta_3=0^\circ-180^\circ, \theta_4=0^\circ, \theta_5=0^\circ$

Traectoria de mișcare corespunzătoare acestei variante este reprezentată în figura 4.

◆ **Varianta 4:**  $\theta_1=0^\circ-115^\circ, \theta_2=0^\circ-180^\circ, \theta_3=0^\circ, \theta_4=0^\circ, \theta_5=0^\circ$

Suprafața proprie de lucru pentru această variantă este reprezentată în figura 5.

◆ **Varianta 5:**  $\theta_1=0^\circ-115^\circ, \theta_2=0^\circ, \theta_3=0^\circ-180^\circ, \theta_4=0^\circ, \theta_5=0^\circ$

Traectoria de mișcare corespunzătoare acestei variante este reprezentată în figura 6.

◆ **Varianta 6:**  $\theta_1=0^\circ, \theta_2=0^\circ-180^\circ, \theta_3=0^\circ-180^\circ, \theta_4=0^\circ, \theta_5=0^\circ$

Suprafața proprie de lucru pentru această variantă este reprezentată în figura 7.

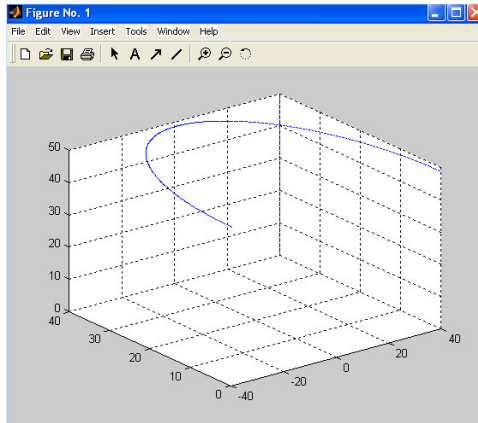


Fig. 4. Traiectoria de mișcare  
- varianta 3

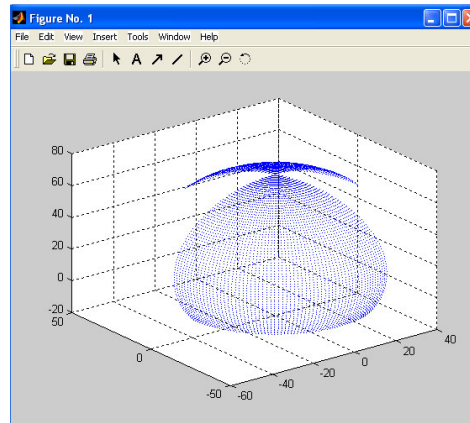


Fig. 5. Suprafața proprie de lucru  
- varianta 4

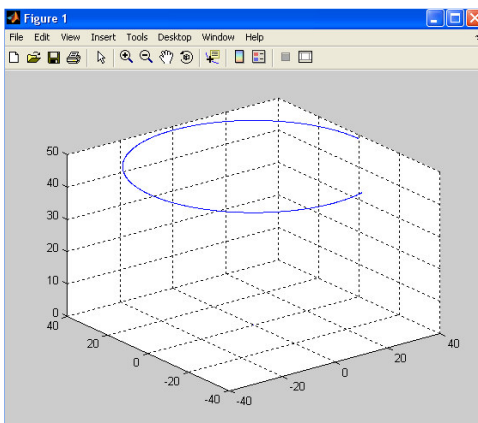


Fig. 6. Traiectoria de mișcare  
- varianta 5

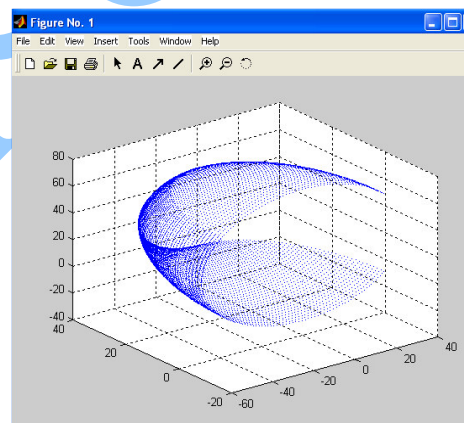


Fig. 7. Suprafața proprie de lucru  
- varianta 6

- ◆ **Varianta 7:**  $\theta_1=0^\circ-115^\circ$ ,  $\theta_2=0^\circ-180^\circ$ ,  $\theta_3=0^\circ-180^\circ$ ,  $\theta_4=0^\circ$ ,  $\theta_5=0^\circ$

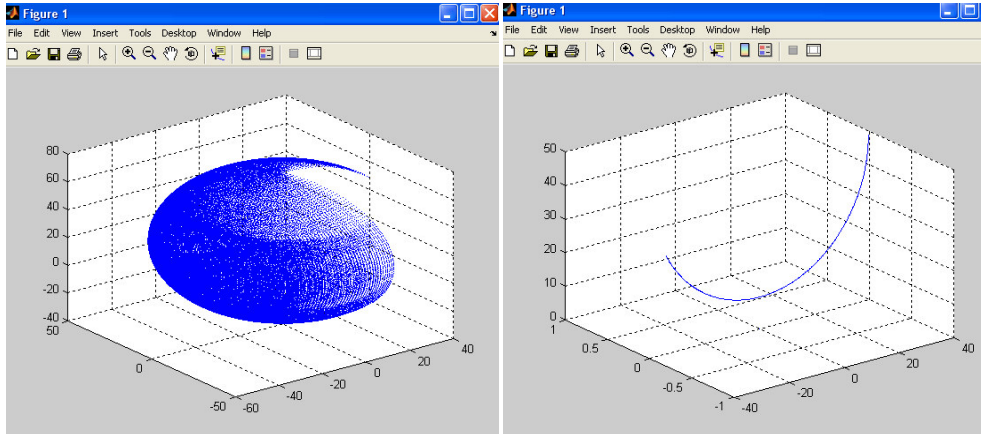
Suprafața proprie de lucru pentru această variantă este reprezentată în figura 8.

- ◆ **Varianta 8:**  $\theta_1=0^\circ$ ,  $\theta_2=0^\circ$ ,  $\theta_3=0^\circ$ ,  $\theta_4=0^\circ-150^\circ$ ,  $\theta_5=0^\circ$ .



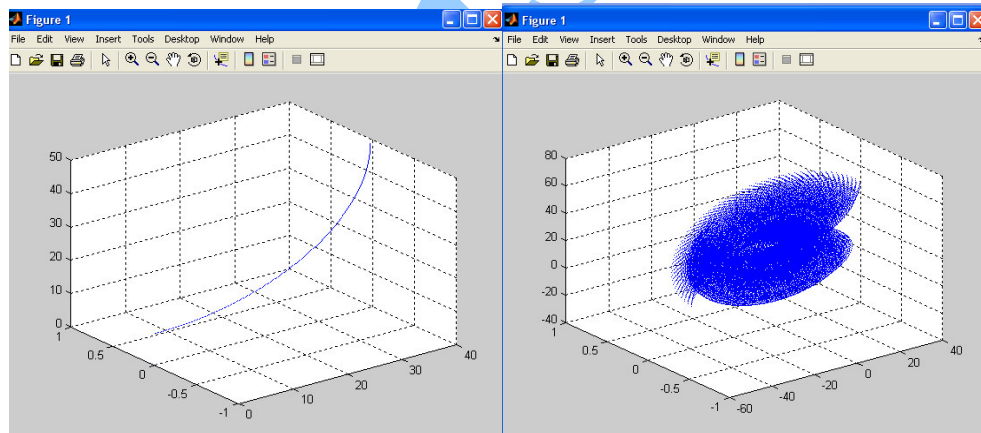
Traectoria de mișcare corespunzătoare acestei variante este reprezentată în figura 9.

◆ **Varianta 9:**  $\theta_1=0^\circ$ ,  $\theta_2=0^\circ$ ,  $\theta_3=0^\circ$ ,  $\theta_4=0^\circ$ ,  $\theta_5=0^\circ-90^\circ$ .



**Fig. 8. Suprafața proprie de lucru  
- varianta 7**

**Fig. 9. Traectoria de mișcare  
- varianta 8**



**Fig. 10. Traectoria de mișcare  
- varianta 9**

**Fig. 11. Suprafața proprie de lucru  
- varianta 10**

Traectoria de mișcare corespunzătoare acestei variante este reprezentată în figura 10.

- ◆ **Varianta 10:**  $\theta_1=0^\circ$ ,  $\theta_2=0^\circ-180^\circ$ ,  $\theta_3=0^\circ$ ,  $\theta_4=0^\circ-150^\circ$ ,  $\theta_5=0^\circ-90^\circ$ .

Suprafața proprie de lucru pentru această variantă este reprezentată în figura 11.

### Concluzii

- ◆ Realizarea unor programe de modelare a traiectoriilor mâinii, ca efector final, luând în considerare diferite variații posibile ale variabilelor articulare și aplicare lor, certifică că modelul propus este corect din punct de vedere al mișcărilor posibile.
- ◆ Realizarea unor programe de modelare a hipersuprafețelor ce mărginesc spațiul descris de extremitatea distală a membrului superior și aplicarea lor pe modelul realizat verifică corectitudinea acestuia.

### Bibliografie

- [Dra97] **D. Drăgulescu** – *Dinamica roboților*, Editura Didactică și pedagogică, București, 1997
- [DTC01] **D. Drăgulescu, M. Toth-Tașcău, C. Couturier** - *Human upper and lower limbs modeling using Denavit-Hartenberg's convention*, Proceedings Situation and Perspective of Research and Development in Chemical and Mechanical Industry, Krusevac, 22-24 October, 2001, p.95-101
- [D+04] **D. Drăgulescu, M. Toth-Tașcău, V. Morcovescu, L. Rusu, M. Dreucean** - *Kinematics aspects of human body composite motion*, Proceedings SACI 2004, First Romanian-Hungarian joint symposium on Applied Computational Intelligence, Timișoara, Romania, May 25-26, ISBN 963 7154 26 4, p, 1-10
- [F+95] **S. Fleury, Ph. Souères, J-P. Laudmond, R. Chatila** - *Primitives for smoothing mobile robot trajectories*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol.11, No.3, 1995

- [H+96] **V. Handra-Luca, V. Mătieș, C. Brișan, T. Tiuca** – *Roboți. Structură, cinematică și caracteristici*, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1996
- [JS91] **S. Jun, K.G. Shin** - *Shortest path planning in discretized workspaces using dominance relation*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol.7, No.3, 1991
- [Naa04] **A. Náaji** - *Modelarea cinematică a membrului superior uman*, Studia Universitatis nr.14, Arad, 2004 ISSN: 1584-2363, p. 51-58
- [PW01] **M. Panjabi, A. White III** - *Biomechanics in the musculoskeletal system*, Churchill Livingstone, New York, 2001
- [\*\*\*04] *MatLab 7.01 User Guide*, The MathWorks, Inc., 2004

Tibiscus