

Modelarea jetului liber axial simetric staționar

Col. ing. Gheorghe Căuneu – Florescu

Ministerul Apărării Naționale

Lect. dr. ing. Amado Ștefan

Academia Tehnică Militară

ABSTRACT. The paper present mathematical base of axial-symmetrical compressed air jet and its modeling motion in free atmosphere. Is obtain the radial distribution for velocity and temperature at different distance at the exit section of the nozzle.

1 Noțiuni fundamentale

Se consideră un ajutoraj cilindric prin care trece un gaz combustibil de presiune ridicată și care pătrunde într-un spațiu nelimitat de aer cu presiunea nominală, temperatura T_∞ și lipsit de mișcare. Cele două gaze nu reacționează chimic și au proprietăți termice și de transport egale și constante. Gazul combustibil curge simetric în spațiul nelimitat, formând un jet axial simetric.

În secțiunea de ieșire din ajutoraj, de diametru d_i , se cunosc viteza u_i , temperatura T_i și fracțiunea masică a gazului comprimat $y_{ci} = 1$. Aceste valori sunt uniforme pe secțiunea ajutorajului. Curentul de gaz care pătrunde în mediul nelimitat este frânat de aer, care este antrenat în interiorul curentului, formând un jet axial simetric.

Antrenarea mediului ambiant în interiorul jetului conduce la creșterea progresivă a secțiunii jetului și odată cu aceasta și decelerare a jetului, ca urmare a transferului de impuls către gazul antrenat. Pe de altă parte, gazul antrenat determină scăderea progresivă a fracțiunii masice a gazului comprimat y_c , ca și a temperaturii în lungul jetului, întrucât aerul ambiant este antrenat în interior prin suprafața laterală a jetului, viteza, temperatura

și fracțiunea masică variază pe secțiunea jetului, având valorile maxime pe axa jetului, u_m, T_m, y_{cm} .

Jetul prezintă o zonă inițială potențială cu o lungime de l_i , egală cu (4 ... 6) d_i , urmată de o zonă principală complet dezvoltată (fig. 1):

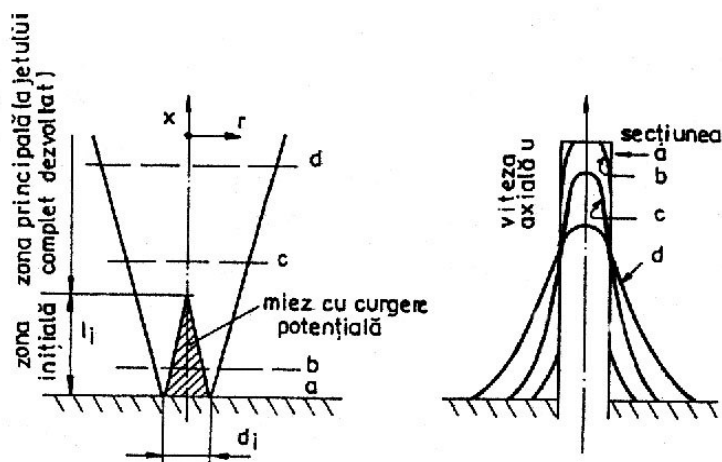


Figura 1. Profilul vitezelor în jetul format într-o atmosferă infinită fără mișcare

în care distribuțiile pe secțiunea jetului ale valorilor normalizate ale vitezei u/u_m , temperaturii $(T - T_\infty)/(T_m - T_\infty)$ și fracțiunii masice y_c/y_{cm} sunt similare în lungul jetului, limita jetului fiind definită prin raza r_j , la care gradientul vitezei devine neglijabil.

Ecuatiile conservării energiei și a masei gazului combustibil sunt:

$$ru \frac{\partial}{\partial x} (T - T_\infty) + rv \frac{\partial}{\partial y} (T - T_\infty) = (\alpha + \varepsilon_T) \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial}{\partial r} (T - T_\infty) \right] \quad (1)$$

$$ru \frac{\partial y_c}{\partial x} + rv \frac{\partial y_c}{\partial r} = (D_c + \varepsilon_D) \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial y_c}{\partial r} \right] \quad (2)$$

unde: α este difuzivitatea termică; D_c – difuzivitatea masică (moleculară); $\varepsilon_T, \varepsilon_D$ – difuzivitatea termică, și respectiv masică a vârtejurilor turbulente, iare ecuația conservării masei totale este:

$$\frac{\partial ru}{\partial x} + \frac{\partial rv}{\partial r} = 0. \quad (3)$$

Condițiile limită corespunzătoare ecuațiilor (1),(2),(3) sunt:

$$r = 0, \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(T - T_\infty)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial y_c}{\partial r} = 0.$$

$$r \geq r_j, \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0,$$

$$T = T_\infty, \quad \frac{\partial(T - T_\infty)}{\partial r} = 0, \quad (5)$$

$$y_c = 0, \quad \frac{\partial y_c}{\partial r} = 0;$$

$$x = 0, \quad 0 \leq r \leq \frac{d}{2}: \quad (6)$$

$$u = u_i, \quad T - T_\infty = T_i - T_\infty, \quad y_c = 1;$$

$$x \rightarrow \infty, \quad 0 \leq r \leq \infty, \quad u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0,$$

$$T = T_\infty, \quad \frac{\partial(T - T_\infty)}{\partial r} = 0, \quad (7)$$

$$y_c = 0, \quad \frac{\partial y_c}{\partial r} = 0.$$

Din ecuațiile (1,2,3) și condițiile la limită (4,5,6,7) rezultă:

$$\int_0^{r_j} r u (T - T_\infty) \, dr = d_i^2 u_i (T_i - T_\infty) / 4, \quad (8)$$

$$\int_0^{r_j} r u y_c \, dr = d_i^2 u_i y_{ci} / 4 = d_i^2 u_i / 4 \quad (9)$$

2 Modelarea cu metoda volumelor finite a jetului liber axial simetric staționar

Pentru modelare se consideră un domeniu cu simetrie de rotație (figura 2). Geometria domeniului provine dintr-o jumătate de elipsă cu semiaxa mare de 1,5 m și semiaxa mică de 1,2 m, din care a fost scăzut un dreptunghi (figura 3).

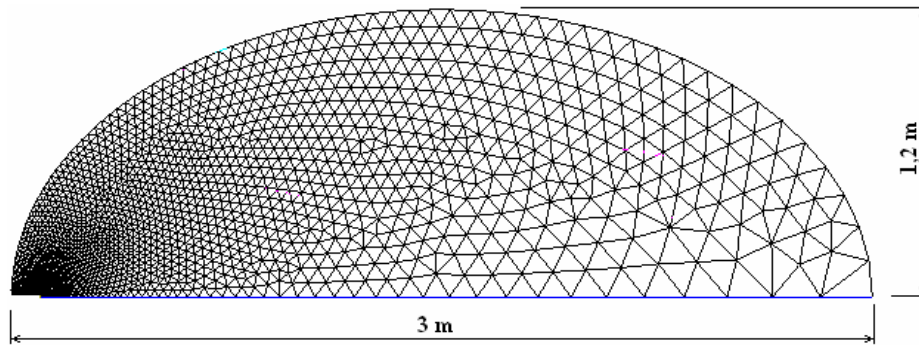


Figura 2. Geometria domeniului și discretizarea cu elemente triunghiulare

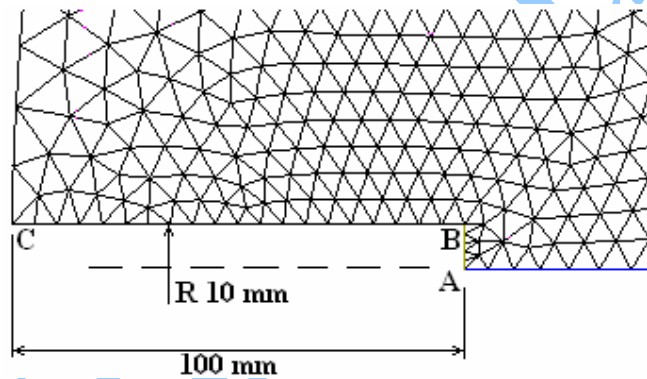


Figura 3. Zona de intrare

Intrarea în domeniu se realizează prin secțiunea radială dată de segmentul AB, segmentul BC considerându-se perete. Pe frontiera elipsei se impun condiții la infinit.

Fluidul se consideră aerul. Densitatea, căldura specifică și vâscozitatea dinamică se aleg dependente de temperatură.

În secțiunea de intrare (AB), viteza se consideră normală și distribuția constantă de 20 m/s. Temperatura la intrare se consideră 473 K.

Curgerea se consideră turbulentă, modelul de turbulență ales fiind k-ε.

În urma analizei s-a obținut o variație a vitezelor rezultante prezentate în figura 4. În figura 5 este prezentată variația vitezei în lungul axei.

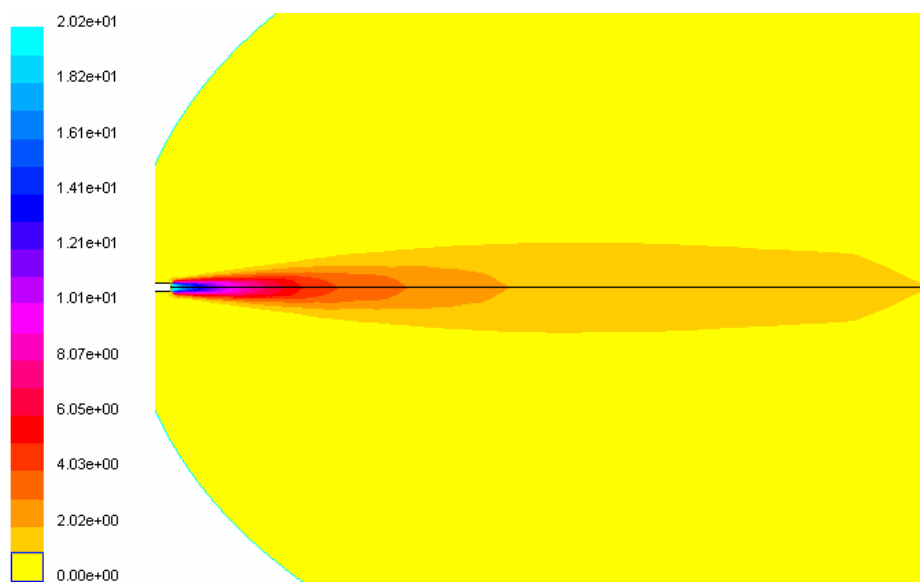


Figura 4. Distribuția vitezelor rezultante

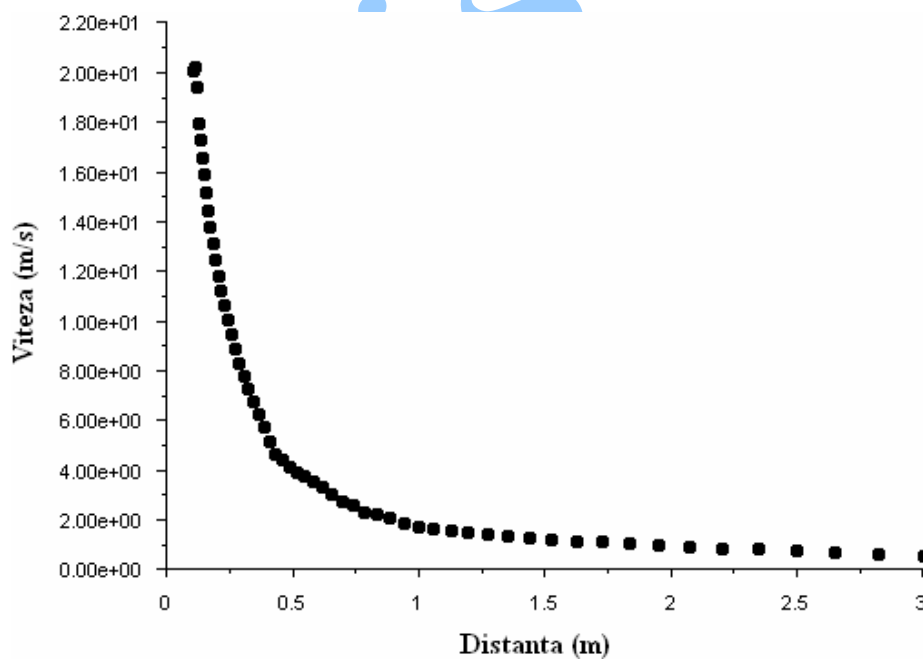


Figura 5. Distribuția vitezei în lungul axei jetului

În figura 6 este prezentată variația temperaturii pe domeniul considerat.

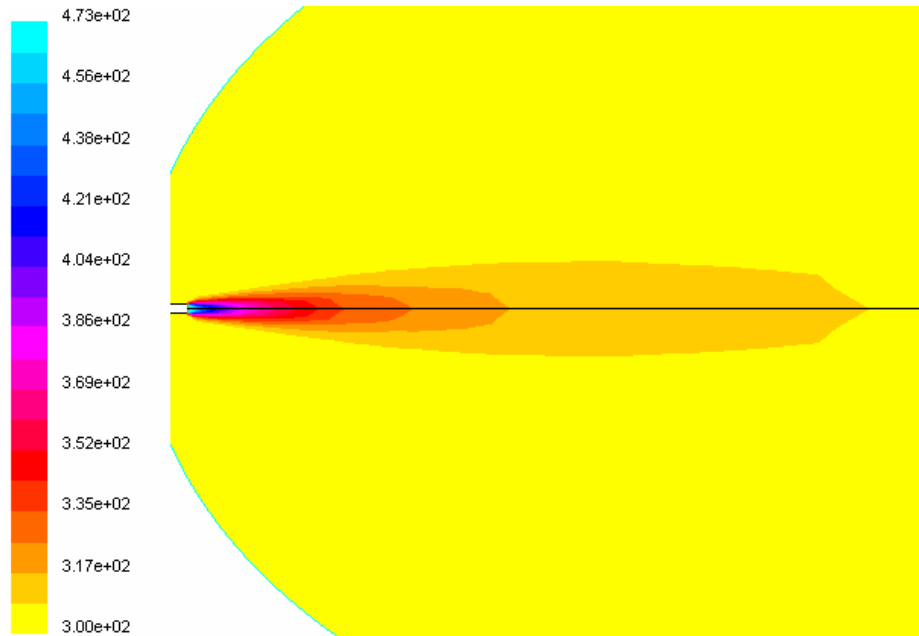


Figura 6. Distribuția temperaturilor

3 Concluzii

Modelarea jetului axial simetric în atmosferă liberă permite determinarea distribuției de viteze și de temperatură în lungul jetului și în secțiunile transversale pe axa jetului.

În figura 7 sunt prezentate variațiile vitezei rezultante după direcție radială la 0,5 m; 1 m și 2 m față de secțiunea de ieșire (AB).

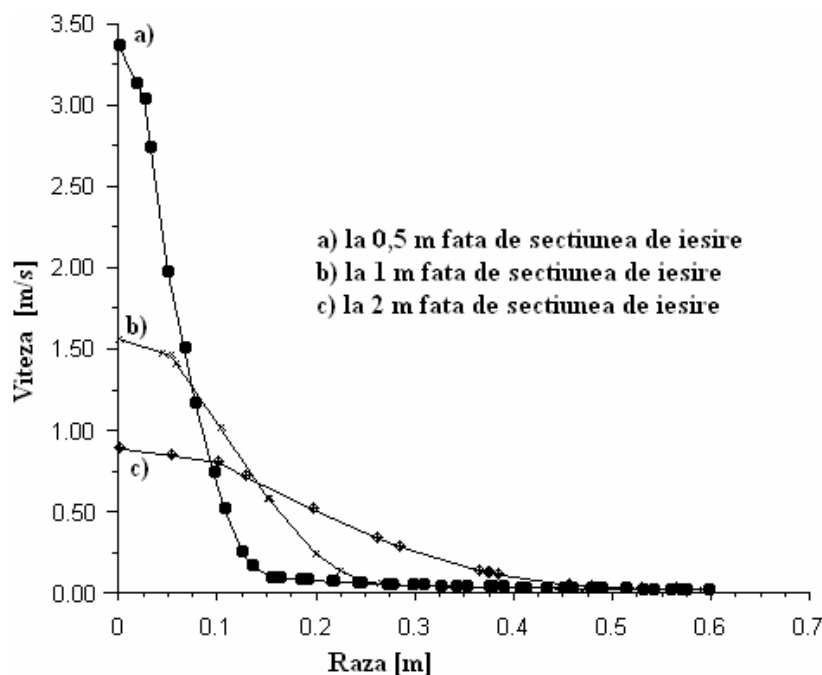


Figura 7. Distribuțiile radiale ale vitezei rezultante

Bibliografie

- [Abr78] **Abramovici, G.N.** - *Prikladnaia gazovaia dinamica*, Gostehizdat, 1978
- [Bej96] **Bejan, A.** - *Termodinamică Tehnică Avansată*, Editura Tehnică, București, 1996
- [Bra83] **Brătianu, C.** - *Metode cu elemente finite în dinamica fluidelor*, Editura Academiei Române, București, 1983
- [CC81] **Carafoli, E., Constantinescu, V.N.** - *Dinamica fluidelor incompresibile*, Editura Academiei Române, 1981
- [OB86] **Olaru, V., Brătianu, C.** - *Modelarea numerică cu elemente finite*, Editura Tehnică, București, 1986
- [Ste03] **Ștefan A. G.** - *Analiza fenomenelor termodinamice prin metoda elementelor finite*, Ed. Mirton, Timișoara 2003